

PTE ÁJK-KTK Könyvtár

KH 1445

DOKTORI ÉRTEKEZÉS

Lukács Péter

2004.

**Pécsi Tudományegyetem
Közgazdaságtudományi Kar**

**Országminősítések és nemzeti tőzsdeindexek hozameloszlásainak
összefüggései**

Ph.D. értekezés

Lukács Péter

Pécs, 2004

LUKÁCS PÉTER

ORSZÁGMINŐSÍTÉSEK ÉS NEMZETI TŐZSDEINDEXEK
HOZAMELOSZLÁSAINAK ÖSSZEFÜGGÉSEI

TÉMAVEZETŐ
DR. VARGA JÓZSEF, PTE

© Lukács Péter, PTE

A disszertáció csak a szerző, illetve az egyetem írásbeli engedélye alapján másolható, vagy sokszorosítható, mind elektronikus mind hagyományos formában. A benne szereplő információk és adatok felhasználásához is szükség van a szerző, illetve az egyetem jóváhagyására.

PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
KÖZGADASÁGTUDOMÁNYI KAR
GAZDÁLKODÁSTANI PH.D. PROGRAM

KTK
OT
336.7
L 93

ORSZÁGMINŐSÍTÉSEK ÉS NEMZETKÖZI TŐZSDEINDEXEK
HOZAMELOSZLÁSAINAK ÖSSZEFÜGGÉSEI

PH.D. ÉRTEKEZÉS

LUKÁCS PÉTER
PÉCS, 2004

PTE Egyetemi Könyvtár



P000818797

2 melléklettel



TARTALOMJEGYZÉK

BEVEZETÉS	13
I. RÉSZ: Kötvény- és részvénytőzok összefüggései	16
1. Kötvény- és részvénytőzok összefüggésének általános sémája	16
2. Kamatok, hozamgörbe és részvényhozamok	18
2.1. Kamatok és részvényhozamok	18
2.2. Állampapírok kamata, kockázati felára és részvényhozamok összefüggései	19
3. Kötvénymínősítések és részvényhozamok	23
3.1. Vállalati kötvények minősítése és részvényhozamok összefüggése	23
3.2. Állampapírok és részvényindex-hozamok összefüggése	26
4. Az eddigi kutatási eredmények és jelen értekezés empirikus kutatási területének összehasonlítása	31
II. RÉSZ: Elméleti háttér, módszertan, adatok	34
1. Elméleti háttér	34
1.1. Kockázatomérés, portfólióelmélet, az eszközértékelés alapjai	34
1.2. Kockázatomértékek problémaköre	37

2. Országminősítések módszertana	47
3. Adatok, indexhozamok értelmezése	51
III. RÉSZ: Egyedi indexhozam-eloszlások elemzése	54
1. Modellezés normális eloszlással	54
1.1. A normalitás jelentősége	54
1.2. Indexhozamok várható értéke	55
1.3. Kockázat normalitás mellett	56
1.4. Normalitás tesztelése	56
1.5. Eltérés a normális eloszláshoz képest	58
1.6. Kockázat a normalitástól való eltérés esetén	61
1.7. Koefficiensek eloszlása és variancia-kovariancia struktúrája	61
1.8. Befektetési és spekulatív kategóriák elkülönítése	62
2. Modellezés stabil eloszlással	64
2.1. Stabil eloszláscsalád jellemzői	64
2.2. Paraméterbecslések eredménye	65
2.3. Az illesztés jósága	70
2.4. A stabil eloszlás paramétereinek eloszlása és variancia-kovariancia struktúrája	71
2.5. Befektetési és spekulatív kategóriák elkülönítése	72
3. Szimmetria vs. aszimmetria	74

4. VaR számítás normális és stabil eloszlás mellett	76
4.1. A teljes VaR két komponensre bontása	76
4.2. Alfa kockázatotott értékek alakulása összetételben és a minősítések függvényében	80
5. Indexhozam-eloszlások modellezése Student-féle t-eloszlással	84
5.1. Student-féle t-eloszlással és a stabil eloszlással való modellezés összehasonlítása	84
5.2. Vastag eloszlásszélek modellezése Student-féle t-eloszlással	85
5.3. Az illesztés jóságának vizsgálata	86
IV. RÉSZ: Együttes indexhozam-eloszlások elemzése	88
1. Klasszikus hozam-variancia modell (Markowitz modell)	88
1.1. A modell felépítése	88
1.2. Az optimális portfóliók összetétele szuverén minősítések szerint	91
2. A CVaR modell	92
2.1. A modell felépítése	92
2.2. Optimális portfóliók összetétele szuverén minősítések szerint	94
3. Spektrális kockázatmérték modell	98
3.1. A modell felépítése	98
3.2. Optimális portfóliók összetétele ország-minősítések szerint	100

4. Kopulák alkalmazása függőségi struktúra modellezésére	102
4.1. Kopulák	102
4.2. Elliptikus kopulák	104
4.3. Indexhozamok modellezése Student-féle t-kopulával	107
V. RÉSZ: Az eredmények összefoglalása	111
FÜGGELÉK	115
IRODALOM	116

ÁBRÁK JEGYZÉKE

1. Kötvény- és részvénytőzpiacok összefüggésének sematikus ábrája
2. Napi indexhozamok várható értékei
3. Indexhozamok szórása
4. Az $atx(AAA)$ index kvantilis ábrája
A normális eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
5. A $gspc(AAA)$ index kvantilis ábrája
A normális eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
6. A $twi(A+)$ index kvantilis ábrája
A normális eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
7. Az $mxx(BBB-)$ index kvantilis ábrája
A normális eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
8. Az $ibc(B+)$ index kvantilis ábrája
A normális eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
9. A standard norm. változó kvantilis ábrája
A normális eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata véletlenszerűen generált értékekkel.
10. Ferdeségi koefficiens becslései
11. Csúcsossági koefficiens becslései
12. Lineáris diszkriminancia-analízis eredményei
A momentumok becslései alapján.
13. Kvadratikus diszkriminancia-analízis eredményei
A momentumok becslései alapján.
14. Stabil eloszlás gamma paraméterének becslései
15. Stabil eloszlás alfa paraméterének becslései
16. Stabil eloszlás béta paraméterének becslései
17. Az $atx(AAA)$ index kvantilis ábrája
A stabil eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
18. A $gspc(AAA)$ index kvantilis ábrája
A stabil eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.

19. A twii(A+) index kvantilis ábrája
A stabil eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
20. Az mxx(BBB-) index kvantilis ábrája
A stabil eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
21. Az ibc(B+) index kvantilis ábrája
A stabil eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
22. Generált valószínűségi változó kvantilis ábrája
Véletlenszerűen generált valószínűségi változó értékeinek stabil eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
23. Lineáris diszkriminancia-analízis eredményei
A stabil eloszlás paramétereinek figyelembe vételével.
24. Kvadratikus diszkriminancia-analízis eredményei
A stabil eloszlás paramétereinek figyelembe vételével.
25. Alfa pont grafikus szemléltetése a gdaxi(AAA) index esetén
26. A teljes kockázatotott érték felbontása 1/2százalékos valószínűségi szinten
27. A teljes kockázatotott érték felbontása 1 százalékos valószínűségi szinten
28. A teljes kockázatotott érték felbontása 2 százalékos valószínűségi szinten
29. A teljes kockázatotott érték 5 százalékos valószínűségi szinten
30. Az alfa kockázatotott értékek alakulása 1/2 százalékos valószínűségi szinten
31. A t és a stabil eloszlás összehasonlítása a standard normális eloszlással
32. Becsült szabadságfok értékek
33. Az atx(AAA) index kvantilis ábrája
A Student-féle t eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
34. A gspc(AAA) index kvantilis ábrája
A Student-féle t eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
35. A twii(A+) index kvantilis ábrája
A Student-féle t eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
36. Az mxx(BBB-) index kvantilis ábrája
A Student-féle t eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.

37. Az $ibc(B+)$ index kvantilis ábrája
A Student-féle t eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
38. Generált valószínűségi változó kvantilis ábrája
Véletlenszerűen generált valószínűségi változó értékeinek Student-féle t eloszláshoz való illeszkedés vizsgálata.
39. Markowitz modell alapján számított hatékony felület
40. Markowitz modell alapján végzett optimalizáció alapján a portfólióba bevont indexek száma
41. Portfólió-összetétel országminősítések szerint
Markowitz modell esetében.
42. A CVaR modell alapján számított hatékony felület
43. Portfólió-összetétel országminősítések szerint
A CVaR modell szerint vizsgálva.
44. A felső befektetési kategória részarányának alakulása különböző hozamszinteken a vizsgált modellek alapján
45. Az alsó befektetési kategória részarányának alakulása különböző hozamszinteken a vizsgált modellek alapján
46. A spekulatív kategória részarányának alakulása különböző hozamszinteken a vizsgált modellek alapján
47. Portfólió-összetétel országminősítések szerint
48. Egyenlő súlyozású portfóliók veszteségeinek modellezése Student-féle t -kopulával
49. Optimalizált, magas kockázatú portfóliók veszteségeinek modellezése Student-féle t -kopulával
50. Optimalizált, alacsony kockázatú portfóliók veszteségeinek modellezése Student-féle t -kopulával

TÁBLÁZATOK JEGYZÉKE

1. Kötvény- és részvénytőzsi piacok összefüggései
2. Vizsgált tőzsdeindexek, minősítések, GDP- és tőzsdei kapitalizáció arányok
3. Ferdeségi koefficiens becslései
4. Csúcsossági koefficiens becslései
5. Befektetési kategóriába tartozó részvényindex-hozamok eloszlásai koefficienseinek variancia-kovariancia struktúrája
6. Spekulatív kategóriába tartozó részvényindex-hozamok eloszlásai koefficienseinek variancia-kovariancia struktúrája
7. Kvadratikus diszkriminancia-analízis klasszifikációs mátrixa
8. Stabil eloszlás gamma paraméterének becslései
9. Stabil eloszlás alfa paraméterének becslései
10. Stabil eloszlás béta paraméterének becslései
11. Befektetési kategóriába tartozó részvényindex-hozamok stabil eloszlási paramétereinek variancia-kovariancia struktúrája
12. Spekulatív kategóriába tartozó részvényindex-hozamok stabil eloszlási paramétereinek variancia-kovariancia struktúrája
13. Kvadratikus diszkriminancia-analízis klasszifikációs mátrixa
14. Szimmetriatesztek eredménye
15. Alfa pont számított értékei
16. A kétváltozós t-kopula felső szél függőségi együtthatói

BEVEZETÉS

Egy ország fizetőképességének és értékpapírtőzsdéje működésének összefüggései pénzügyi krízishelyzetekben egészen nyilvánvalóak. A mexikói peso-válság alatt 38,7 százalékkal esett a mexikói részvényindex 1994 decembere és 1995 februárja között. 1997 júliusa és 1998 februárja között, az ázsiai válság alatt a thaiföldi tőzsde 48,4 százalékot, a maláj tőzsde 58,4 százalékot esett, az indonéziai tőzsdeindex pedig 81,7 százalékot veszített értékéből. Az 1998-as orosz válság 41,3 százalékos tőzsdeindex eséssel járt együtt. Ezek a válságok egy időben jelentették az adott országok de jure, vagy de facto fizetéseképtelenné válását és az értékpapírpiacon összeomlását¹. Hasonló jelenségre Magyarországon is találunk példát, az 1931 júliusi államcsőd reálértéken több, mint 22 százalékos éves tőzsdei hozamesséssel járt a csődöt megelőző egy év viszonylatában². Nem ilyen egyértelmű az összefüggés azonban „békeidőkben”.

A pénz- és tőkepiacok globalizálódása ma egyértelmű és visszafordíthatatlan folyamatnak tűnik. A tőkebefektetők és főleg a befektetési alapok kezelőinek érdeklődése egyre inkább a nemzetközi befektetések irányába fordul. Számos alapkezelő kínál ország-index portfóliókat. A nyugdíjalapok is egyre inkább „felfedezik” a nemzetközi portfóliódiverzifikáció előnyeit³. A nemzetközi tőkeallokációs döntések meghozatalához számos alapvető információ szükséges az adott országgal kapcsolatban. Az egyik ilyen információcsoport az ország

¹ Clark és Kassimatis tanulmányából származó adatok (CLARK, KASSIMATIS [2004])

² Jorion és Goetzman tanulmánya említi ezt az adatot (JORION, GOETZMAN [1999])

³ Több tanulmány is utal ezekre a folyamatokra, például Brooks és társai (BROOKS, FAFF, HILLIER, HILLIER [2004]), Erb és társai (ERB, HARVEY, VISKANTA [1996]), Harvey és Zhou (HARVEY, ZHOU [1993]).

fizetőképessége. Nemzetközi hitelminősítő intézetek tucatjai készítenek olyan elemzéseket, melyek adott ország fizetőképességével összefüggenek. Ezen elemzések egyik csoportját képezik az országminősítések, melyek az adott állam által kibocsátott állampapírokat minősítik. Jelen dolgozat ezen minősítések és az adott ország tőkepiacát jellemző hozamok eloszlási jellemzői közötti összefüggéseket vizsgálja. Az empirikus kutatás eredményeit a harmadik és negyedik rész tartalmazza.

Az értekezés első részében kerülnek bemutatásra azon fontosabb nemzetközi kutatási eredmények, melyek kutatásom keretétül szolgálnak. A példaként bemutatott tanulmányok a kötvény és részvénytőkepiacok összefüggéseit elemzik. A kötvénytőkepiacnak része, mintegy részhalmaza az állampapír-tőkepiac, melynek részvénytőkepiacokkal való főbb összefüggéseit szintén bemutatja az első rész. Az empirikus kutatás témája ezen összefüggésrendszeren belül értelmezhető.

A második rész elején kerülnek összefoglalásra a pénzügyi közgazdaságtan kockázattal kapcsolatos főbb állomásai. Az empirikus kutatásom módszertanát alapvetően határozza meg a kockázati megközelítés. Külön fejezetet szenteltem a kockázatomértékeknek. Ennek egyrészt az az oka, hogy a kockázatomértékekkel kapcsolatos elmélet és gyakorlat az 1990-es évektől egészen napjainkig meglehetősen intenzíven foglalkozik azzal, hogy meghatározza és alkalmazza a korrekt kockázatomértékek fogalmát, másrészt pedig az ebben a tárgykörben született legújabb eredményeket felhasználom az empirikus kutatás során. Szintén ebben a fejezetben kerül bemutatásra az országminősítések alkalmazott módszertana, valamint az alkalmazott adatbázis.

A harmadik rész a részvénytőkepiacokat, mint önálló egységeket elemzi, az országminősítéseket és az egyedi hozameloszlások jellemzőit hasonlítom össze.

A negyedik részben különböző szempontok szerint portfóliókat képezek a vizsgált részvényindexekből, majd megvizsgálom, hogy a portfóliókockázat megváltoztatása hogyan rendezi át a portfóliókat, és milyen összefüggésben van mindez az országminősítésekkel. Az ötödik rész az összefoglalás.

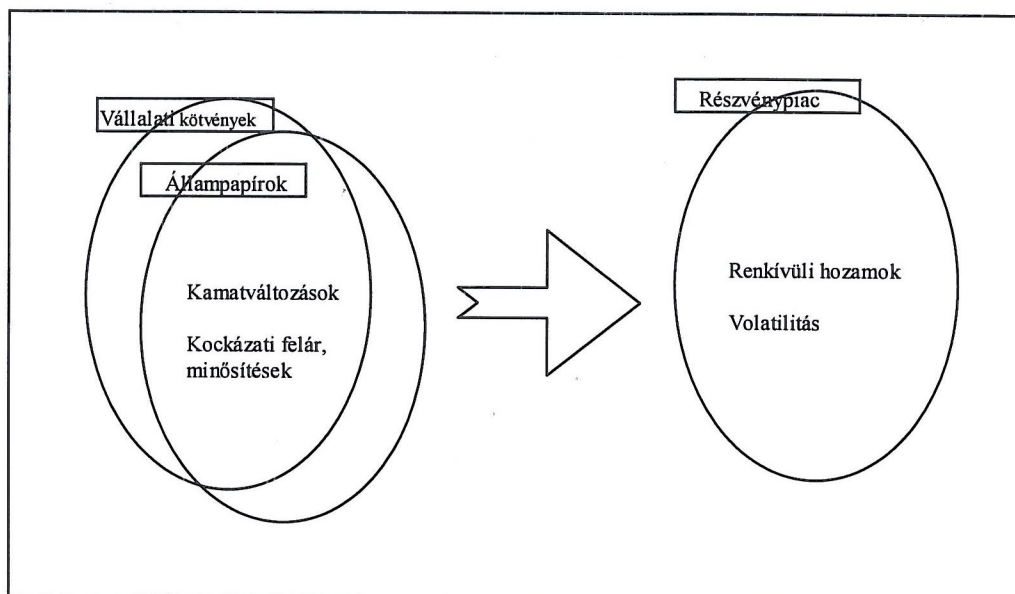
A kötvény- és részvénytőzsiacok összefüggésének kutatása meglehetősen kedvelt téma a szakirodalom szerint. Az összefüggésrendszernek ugyanakkor nem minden területe egyformán népszerű. A szakirodalomban mindössze egyetlen tanulmányt találtam, amely kimondottan az országminősítések és a részvénytőzsiacok összefüggéseit vizsgálja, ez a korábban már hivatkozott és a későbbiekben részletesebben is bemutatásra kerülő Brooks-tanulmány. Ez a 2004-es tanulmány is megerősíti, hogy a téma fontos, de egyáltalán nem kutatott terület.

Míg a Brooks-tanulmány alapvetően azt vizsgálja, hogy az országminősítések *megváltozása* milyen hatást gyakorol a részvénytőzsiaci hozamokra, addig jelen értekezés empirikus kutatási része azt elemzi, hogy *önmagukban* az országminősítések hogyan függenek össze az adott ország részvénytőzsiacának hozameloszlási jellemzőivel.

I.RÉSZ: Kötvény- és részvénytőkepiacok összefüggései

1. Kötvény- és részvénytőkepiacok összefüggésének általános sémája

Ebben a részben kerülnek összefoglalásra azok a – jelen dolgozat keretétől szolgáló – fontosabb kutatási eredmények, amelyek a kétfajta piac – adósság- és tőkepiac, másképpen kötvény- és részvénytőkepiac – összefüggéseivel foglalkoznak. A kötvénytőkepiacok két nagy szegmensből állnak, a vállalati kötvényekből és az állampapírokból. Az áttekintésre került szakirodalom egyrészt arra összpontosít, hogy megvizsgálja a kamatváltozások részvénytőkepiacra gyakorolt hatását, másrészt pedig azt vizsgálják a tanulmányok, hogy a kötvénytőkepiaci kockázat – minősítések, kockázati felárak – megváltozása hogyan hat a részvénytőkepiacra. Ezen két dimenzió mentén kerülnek bemutatásra az eddigi fontosabb kutatási eredmények. Fontos megemlíteni, hogy a tanulmányok „eloszlása” a két témakörben korántsem egyenletes. Míg az állampapírok kamatváltozásával, illetve a vállalati kötvényminősítések hatásával számos tanulmány foglalkozik, addig a vállalati kötvények kamatváltozásait, illetve az országminősítéseket meglehetősen kevés elemzés taglalja részvénytőkepiaci hatások szempontjából. A rendelkezésre álló irodalomból igyekeztem az elmúlt 10-15 év anyagából példákat hozni, részletesebben pedig az elmúlt néhány év néhány elemzését mutatom be. A bemutatásnál a vizsgált adatbázist és a vizsgálat fő eredményit helyeztem középpontba, a módszertant csupán érintőlegesen mutatom be. Az alábbi ábra szemléletesen illusztrálja a részvény és kötvénytőkepiacok összefüggéseit.



1.sz.ábra: Kötvény- és részvénytőzsde összefüggésének sematikus ábrája

Az ábra bemutatja azt, hogy egyrészt a kötvénypiaci kamatváltozások, másrészt pedig a kockázati felárak, illetve minősítések változásai gyakorolhatnak hatást a részvénytőzsaakra. Ezek a hatások egyrészt rendkívüli hozamokat eredményez(het)nek, másrészt pedig megnő(het) a részvénytőzsdei hozamok ingadozása, volatilitása. A vonatkozó szakirodalom fő eredményei ezen logika mentén kerülnek összefoglalásra, illetve bemutatásra a következő két fejezetben.



2. Kamatok, hozamgörbe és részvényhozamok

2.1. Kamatok és részvényhozamok összefüggései

A vállalati kötvényhozamok és a részvényhozamok kapcsolatát vizsgáló szakirodalom, például Chen, Roll és Ross, (CHEN, ROLL, ROSS [1986], Sweeny és Warga, (SWEENY, WARGA [1986]), Ferson és Harvey (FERSON, HARVEY [1991]) elsősorban azt elemzi, hogy a kamatláb kockázat mennyiben befolyásolja a részvényhozamokat. Az elvégzett kutatások távolról sem egységesek abban a kérdésben, hogy a vállalati kötvénypiac kamatváltozásai gyakorolnak-e jelentős hatást a részvényhozamokra.

Az USA több mint kétezer vállalatának vonatkozásában végzett vizsgálatot a témában Flannery, Hameed és Harjes (FLANNERY, HAMEED, HARJES [1997]). A heti hozam adatokkal számoló elemzés az 1973-tól 1990-ig terjedő időszakot foglalja magában. A szerzők egy olyan modellt hoztak létre, melyben a részvények hozamát két magyarázó változó, a kamatláb kockázat és a részvénytőkepiaci kockázat „alakítja”. A szerzők GARCH modellt állítottak fel; mindkét változó az időben változó szórás lineáris függvénye. A tanulmány erős bizonyítékot talált arra, hogy a részvénytőkepiaci kockázat meghatározó a részvényhozamok alakulásában. A kamatláb kockázat vonatkozásában az elvégzett különböző próbák nem vezettek egyértelmű eredményre, Flannery és társai összességében „gyengén bizonyítottnak” látták a kamatláb kockázat és a részvénytőkepiaci hozamok összefüggését.

2.2. Állampapírok kamata, kockázati felára és részvényhozamok összefüggései

Meglehetősen sok tanulmány foglalkozik azzal, hogy az állampapírok kamatának megváltozása milyen hatást gyakorol a részvényhozamokra, például Bonfim (BONFIM [2003]), Jensen és Johnson (JENSEN, JOHNSON [1995]), Pierce és Roley (PIERCE, ROLEY [1985]), Smirlock és Yawitz (SMIRLOCK, YAWITZ [1985]), valamint Thorbecke és Alami (THORBECKE, ALAMI [1994]). A tanulmányok az Amerikai Egyesült Államok piacait vizsgálják ebből a szempontból. Ezek az elemzések szorosan összefüggenek a monetáris politika semlegességének, és piacok hatékonyságának vizsgálatával.

Az USA jegybank szerepét betöltő FED diszkontráta változásainak részvénytőzsa gyakorolt hatását vizsgálta tanulmányában Chen, Mohan és Steiner (CHEN, MOHAN, STEINER, [1999]). A tanulmány az 1973-tól 1996-ig terjedő időszakot tekinti át. Ez alatt az időszak alatt 68 diszkontráta változást jelentett be a FED. A tanulmány megkülönbözteti azokat a változásokat, melyek várhatóak voltak, és azokat, amelyek váratlanok voltak. Várható, vagy technikai jellegű az a változtatás, mely a kialakult piaci helyzetet mintegy követi, igazodik hozzá. Váratlanok azok a bejelentések, melyek során a FED mintegy tudatosan befolyásolni kívánja a pénzpiacokat. Előbbiből 22, utóbbiból 46 volt a vizsgált időszakban. A tanulmány meglehetősen rövid, napon belüli hatásokat vizsgál, elemzi a bejelentést megelőző négy és a bejelentést követő öt óra – Dow Jones index⁴ – részvénytőzsi hozamadatait. Az elemzés kimutatta, hogy a diszkontráta változását követő első óra alatt a részvényindex-hozam jelentősen, a ráta változásával ellentétes irányba változik. Tíz bázispont diszkontráta változás átlagosan 5,8 százalékos indexhozam változást indukál a teljes mintán. A *váratlan* diszkontráta változás esetében az indexhozamok átlagosan 6,7 százalékkal változnak egy óra elteltével. Mindkét eredmény egy százalékos szinten szignifikáns, a modellek magyarázóereje pedig rendre 34, illetve 50 százalékos. Az eredmények rámutatnak arra is, hogy a *várható* diszkontkamat változások

⁴ Dow-Jones Industrial Average Index

nem gyakoroltak jelentős hatást a részvényindex-hozamokra. Az emelkedő és a csökkenő hatásokat külön-külön is vizsgálják, mindkét tendencia jelentős változásokat eredményez a részvényhozamokban. A váratlan bejelentések második órájában átlagosan 2,2 százalékos korrekció, kiigazítás következik be, mely az előző órai változással ellenkező előjelű. Ez a korrekció 5 százalékos szignifikancia szinten jelentős. Fontos eredménye még a Chen-tanulmánynak, hogy a diszkontráta változások részvénytőzsiakra gyakorolt hatása az első két órában lezajlik; sem a bejelentést megelőző négy órában, sem pedig az azt követő harmadik, negyedik és ötödik órában nem volt kimutatható hatás. Mindez egyebek mellett megerősíti a piacok hatékonysága mellett szóló érveket. A tanulmány elemzi a részvényindex-hozamok volatilitását is. A váratlan diszkontráta változások bejelentését megelőző órában, illetve a bejelentés órájában változott meg szignifikánsan az index volatilitása. Chen és társai kimutatták még, hogy a hozamváltozások együtt járnak a kereskedési volumen megemelkedésével is. Arra a kérdésre, hogy mi okozhatja a FED diszkontráták és a részvényindex-hozamok összefüggését több magyarázatot is ad a tanulmány azon túl, hogy egy hozamemelkedés a kockázatmentes eszközök piacán önmagában megnövelheti az ezen eszközök iránt megnyilvánuló keresletet, így tőkeátcsoportosítás történhet más piacokról, például részvénytőzsiacokról, ami a részvényhozamok csökkenését idézi elő. Megállapítható, hogy egyrészt a diszkontráta emelkedésével a vállalatok finanszírozási költsége növekszik, ezáltal ceteris paribus csökken a nyereségük, cash flow-juk, másrészt pedig a nettó jelenérték kiszámításához használt, nevezőben szereplő diszkonttényező növekedése is bekövetkezik a kockázatmentes eszköz kamatemelkedése nyomán. Mindkét hatás egy irányba mutat, a vállalatok értéke csökken, ezt a folyamatot tükrözik az árfolyamváltozások. Az ellenkező jelenség, tehát a diszkontráták csökkenése is a fenti logika alapján, ellentétesen fejtheti ki hatását.

A hozamgörbék alakjának részvénytőzsiacokra való hatását tárgyalja McCown (McCOWN [2001]). A dolgozat nyolc ország – Ausztrália, Franciaország,

Egyesült Államok, Egyesült Királyság, Japán, Kanada, Németország és Svédország piacaira terjed ki. A negyedéves adatokkal dolgozó tanulmány az 1970-től 1994-ig tartó időszakot fogja át. A hozamgörbe két alaktípusát különítette el McCown; az emelkedő és az inverz hozamgörbéket. A tíz éves és a három hónapos állampapírhozam-különbség adta meg a támpontot a hozamgörbe alakjának meghatározásához, amennyiben ez pozitív, a hozamgörbe emelkedő, amennyiben negatív, akkor inverz a tanulmány szerint. A kockázati felárat McCown a részvényindex-hozam és a rövidlejáratú állampapír-hozam különbségeként definiálja. A vizsgált időszakban mind a nyolc ország esetében pozitívak az éves kockázati felárak, a legkisebb 0,49 százalékos ausztrál értéktől a legnagyobb 6,47 százalékos svéd értékig szóródnak. A tanulmány megvizsgálta azt, hogy külön-külön emelkedő és inverz hozamgörbénél milyen kockázati felárak adódnak. Az emelkedő hozamgörbék esetében a pozitív kockázati felárak 1,28 és 12,08 százalék között szóródtak, az inverz hozamgörbék esetében viszont többségében negatív kockázati felárak adódtak. Három ország esetében, Egyesült Államok, Japán és Németország, a negatív kockázati felárak szignifikánsak; az értékek pedig rendre: -19,26 %, -12,67% és -8,16%. A vizsgálat további részében McCown kimutatta azt, hogy milyen kockázati felárak adódnak rendre az USA, Németország és Japán inverz hozamgörbéi esetén a többi ország vonatkozásában. Amikor az USA hozamgörbéje inverz, akkor az összes vizsgált ország kockázati felára negatív, többségük szignifikánsan eltér nullától. Azokban az esetekben, amikor a német hozamgörbe inverz, a nyolc esetből hat esetben jelentkeznek a negatív kockázati felárak. Az inverz japán hozamgörbe ugyanakkor többségében nem eredményez negatív kockázati prémiumokat a többi ország esetében. A fentiekre magyarázatul szolgál az, hogy a monetáris politika általában az üzleti ciklusok csúcsán avatkozik be a kamatlábak alakulásába, mégpedig oly módon, hogy beavatkozásaival megemeli a rövidlejáratú kamatozat, ezáltal kívánja hűteni a gazdaságot. Nagy eséllyel előáll tehát a negatív hozamgörbe, a rövidtávon pedig nagy valószínűséggel recesszió alakul ki, mindez a részvényárfolyamok, így a hozamok eséséhez vezet. Mindezen kö-

rülmények indokolhatják a negatív kockázati felárat megjelenését. A tanulmány igazolja azt a tényt is, hogy a kisebb gazdaságok erősen függenek ilyen értelemben is az USA és Németország gazdaságától, az ottani recessziós várakozások megjelennek a kis országok negatív kockázati feláraiban is. Az USA vonatkozásában ezt a hatást fokozza az a tény is, hogy a világ adósságainak 56%-a USA dollárban denominált.

3. Kötvényminősítések és részvényhozamok

3.1. Vállalati kötvények minősítése és részvényhozamok összefüggése

A vállalati kötvényminősítések részvényárfolyamokra gyakorolt hatását számos tanulmány taglalja, például; Barron és társai (BARRON, CLARE, THOMAS, [1997]), Ederington és Goh (EDERINGTON,GOH, [1998]), (GOH, EDERINGTON [1993]), (GOH, EDERINGTON [1999]), Glascock és társai (GLASCOCK, DAVIDSON, HENDERSON, [1987]), Griffin és Sanvincente (GRIFFIN, SANVINCENTE [1982]), Holthausen és Leftwich (HOLTHAUSEN, LEFTWICH [1986]), Impson és társai (IMPSON, KARAFIATH, GLASCOCK [1992]), Liu és társai (LIU, SEYYED, SMITH [1999]), Matolcsy és Lianto (MATOLCSY, LIANTO [1995]), Wansley és társai (WANSLEY, GLASCOCK, CLAURETIE [1992]), valamint Zaima és McCarthy (ZAIMA, MCCARTHY [1988]). A tanulmányok szinte egyöntetűen azt bizonyítják, hogy amennyiben a minősítő cégek javítják az adott vállalat minősítését, nem változik szignifikánsan e miatt a részvények hozama. Másrészről viszont a minősítések romlásával az adott vállalat részvényei szignifikáns negatív részvényhozamokat mutatnak. A részvényt piacok volatilitását is vizsgáló tanulmányok pedig rámutatnak, hogy a minősítések javulásával a részvényhozamok volatilitása jelentősen nem változik, a minősítések romlásával viszont a volatilitás szignifikánsan növekszik.

A kötvényminősítések megváltozásának részvényhozamokra gyakorolt hosszú távú hatását elemezte tanulmányában Dichev és Piotroski (DICHEV, PIOTROSKI [2001]). A szerzőpáros a vizsgálatába 27 év Moody's USA-beli kötvényminősítés változásait vonta be 1970-től 1997-ig. Ezen időszak alatt a Moody's 1 787 esetben javította a vállalati kötvények minősítését, 2 940 esetben pedig rontotta azt. Az adott minősítés megváltoztatása után három éves

időhorizonton vizsgálták a részvényhozamokat. A vizsgálat során havi hozamokat számoltak három, hat hónapos, valamint egy, kettő és három éves időszakokra vonatkozóan. Az eredmények azt mutatták, hogy a felfelé történő minősítésváltozásnak hosszú távon sincs számottevő hatása a részvényárfolyamra. A leminősítések ugyanakkor statisztikailag szignifikáns hatást gyakorolnak a részvényhozamokra. Az évesített részvényhozamok -10 és -14 százalékos rendkívüli veszteséget mutatnak az egy éves időhorizonton. Dichev és Piotroski megállapítja, hogy éven túli viszonylatban a leminősítések hatása csökken; az évesített rendkívüli veszteségek mintegy -2, és -3 százalék között ingadoznak jellemzően. A tanulmány vizsgálja azt is, hogy a leminősítések hatása mennyire méret- és hitelminőség-specifikus. A vizsgálatba bevont vállalatokat négy csoportra osztották a vállalati méret és a hitelminőség (befektetési vs. spekulatív) dimenziói mentén. Az elemzés rámutat arra, hogy a minősítések javításának nincs szignifikáns hatása a részvényárfolyamokra egyik szegmens esetében sem, ugyanakkor a leminősítések sokkal jobban „sújtják” a spekulatív kategóriába tartozó kis méretű cégeket, mint a másik három szegmens vállalatait. A cégméretnek és a hitelminőségnek – a tanulmány szerint – számottevő szerepe van abban, hogy a leminősítés milyen mértékben befolyásolja a részvénytőkepiaci reakciókat.

A kötvénypiac egy speciális területének, a kereskedelmi papír⁵ piacnak sajátosságait vizsgálta tanulmányában Nayar és Jozeff (NAYAR, JOZEFF [1994]). A szerzőpáros 44 javuló és 29 romló minősítést vizsgált 1977 és 1982 között a kereskedelmi papírok USA-beli piacán. A tanulmányban megszerkesztett lineáris keresztmetszeti regressziós modell nem pusztán a minősítések megváltozásának tényét, hanem annak mértékét (egy, kettő, vagy több kategóriát változik egyszerre a minősítés) is figyelembe veszi. A minősítések megváltozásán kívül két másik magyarázó változót is beépítettek a modellbe; a rövid- és hosszúlejáratú

⁵ Commercial Paper (CP), speciális kötvény, melyet az USA felügyeleti szabályozása szerint maximum 270 napos futamidővel bocsáthatnak ki a vállalatok általános finanszírozási célból. Engedélyeztetési eljárása egyszerűbb az egyéb kötvényekhez képest, általában fix kamatozású, vagy diszkont papír.

adósságok árbevételhez viszonyított arányát. A tanulmány kimutatta, hogy önmagában sem a rövidlejáratú adósságarány, sem pedig a leminősítés mértéke nem bír szignifikáns magyarázóerővel a részvényhozamok alakulásában. A hosszúlejáratú adósságarány önmagában 10%-os szignifikancia szinten bír magyarázó erővel. A leminősítések önmagukban szignifikáns, 9 százalék feletti magyarázóerővel bírnak, mely jelentősen különbözik nullától már 1 százalékos szignifikancia szinten is. A három tényező együttesen 12,75 százalékos magyarázóerővel bír. Megállapítható tehát, hogy a leminősítések hatása a hosszúlejáratú adósság árbevételhez viszonyított arányával együttesen jelentősen befolyásolja a részvénytőke hozamokat. Nayar és Jozeff tanulmánya arra az érdekes tényre is rámutat, hogy önmagában a kereskedelmi papírok kibocsátása jó hitelminősítés és banki kötelezettségvállalás mellett jelentősen megnöveli a vállalat részvényeinek hozamát.

A vállalati kötvényminősítések részvénytőkére gyakorolt hatását egyedi módon elemzi tanulmányában Kliger és Sarig (KLIGER, SARIG [2000]). 1982 április 26-án a Moody's megváltoztatta minősítési rendszerét, oly módon, hogy a meglévő minősítéseket finomította. A minősítések a jövőbeni kilátások függvényében pozitív, vagy negatív jellel kerülhettek ellátásra. Ez az alkalom egyedi lehetőséget biztosított a kutatóknak arra, hogy mindenfajta egyéb hatásoktól – például hitelképesség változása, a cég fundamentumainak megváltozása, stb. – függetlenül tudják vizsgálni a minősítések egy időben történő megváltozásának részvénytőke hozamokra gyakorolt hatását. A minősítések megváltoztatása 180 USA-beli vállalatot érintett az adott napon. A részvénytőke hozamok vizsgálatánál Kliger és Sarig három viszonyítási pontot használt. Az első megközelítésben a viszonyítási pontot a régi minősítés, mint középérték jelentette, a második esetben a referencia egy másik minősítő társaság, a Standard & Poor's (S&P) minősítése volt, a harmadik esetben pedig a legjobb minősítésű kötvényhez viszonyított eltérés szolgált referenciául. A meglehetősen rövid (egy nap, illetve egy hét) időhorizontú vizsgálat azt az eredményt hozta, hogy az első két

viszonyítási szempont szerint egy százalékot meghaladó az a részvényhozam esés, mely a minősítés rontásának tulajdonítható. Ilyen rövid idő alatt ez a mérték jelentős, statisztikailag 1 százalékos szint mellett szignifikánsnak tekinthető. Kliger és Sarig tanulmánya elemzi a minősítések megváltoztatásának részvényhozam volatilitásra gyakorolt hatását is. 118 vállalatot vettek figyelembe és a három hónapos lejáratú vételi opciók árából számolták vissza az opciós árba beépült szórás a minősítések megváltoztatása előtti és utáni öt-öt napon. A részvényhozam-szórások a minősítések romlásával mindhárom viszonyítási pont esetén szignifikáns növekedést mutattak. Érdekes ugyanakkor, hogy míg a konkrét hozamokra nincs hatással a minősítés javulása, addig a részvényhozamok szórására az első kettő referenciapont esetén kimutathatóan hatást gyakorolt. A S&P viszonyítási pontot figyelembe véve a vizsgált időszakban a szórás mintegy 3,2 százalékkal csökkent javuló minősítéseknél és mintegy 4,7 százalékkal növekedett a romló minősítések esetében.

3.2. Állampapírok és részvényindex-hozamok összefüggése

Míg a témában folytatott vállalati szintű tanulmányok száma meglehetősen nagy, addig az államadósságot megtestesítő állampapírok minősítése, azaz az országminősítés és az adott ország tőzsdéjének működését jól jellemző tőzsdeindex-hozamok alakulásának összefüggése alig kutatott terület. A vállalati kötvények elemzéséhez használt metodikára épülő elemzésében Brooks és társai (BROOKS, FAFF, HILLIER, HILLIER [2004]) szintén alátámasztják ezt a tényt. A Brooks tanulmányban a szerzők megvizsgálták az 1973-tól 2000-ig tartó időszak összes országminősítés-változását. A tanulmány nem korlátozódik csupán egyetlen minősítő cégre, hanem négy ilyen intézmény átminősítéseit vizsgálja. A tanulmány elemzi a saját és az idegen devizában fennálló államadósság átminősítésének részvényindex-hozamokra gyakorolt hatását egyaránt. Az idegen devizában fennálló adósság vonatkozásában a S&P esetében 62, a Moody's-nál 69, a Fitch IBCA-nál 53, a Thomsonnál pedig 62 országot érintettek az átminősítések. A vizsgálat időhorizontja meglehetősen rövid, az átminő-

sítés napját megelőző tíz, és az azt követő tíz nap hozamalakulásait vizsgálták. A tanulmány fő megállapítása megegyezik a vállalati kötvények kutatásánál kapott eredményekkel; a javuló minősítések nem okoznak kimutatható változást a hozamokban, a minősítések romlása azonban statisztikailag szignifikáns rendkívüli negatív hozamokat eredményez. Mindez azonban csak a külföldi devizában fennálló adósságokra igaz, ez a hatás a helyi devizában fennálló adósságok esetében nem mutatható ki. Az elemzést eredeti, helyi devizában számított és USA dollárra átszámított hozamokra is elvégezték és megállapították, hogy a kétfajta eljárás nem vezetett eltérő eredményre. A minősítések romlását követő USA dollárban számított rendkívüli negatív hozamok nagyjából fele-fele arányban származtak a helyi fizetőeszköz gyengüléséből és magából a helyi részvénytőke gyengüléséből. A S&P minősítéseket vizsgálva kimutatták, hogy a leminősítés bejelentésének napján az érintett részvénytőke átlagosan mintegy 2 százalékos rendkívüli USA dollárban számított hozamcsökkenést szenvednek el. Érdekes különbségeket fedeztek fel, ugyanakkor az átminősítést végző társaságok kiléte és a részvénytőkei reakciók között. Csupán a S&P és a Fitch IBCA esetében tapasztaltak szignifikáns részvénytőkei változást a minősítések megváltozása után, a másik két minősítő cég esetében pedig ilyen hatás szignifikánsan nem volt kimutatható. Ez azért is érdekes, mert a vállalati kötvényekkel kapcsolatos vizsgálatok alapjául az esetek túlnyomó többségében a Moody's minősítései szolgáltak. A Brooks tanulmány rámutat arra is, hogy a részvénytőkei reakciók tekintetében nincs különbség a között, hogy fejlődő, vagy fejlett országokat vizsgálnak-e. Kimutatták továbbá, hogy annak sincs szerepe a rendkívüli részvényindex-hozamok alakulásában, hogy az átminősítés hány fokozatú.

A fejlett részvénytőkei piacok anomáliáit elemzi tanulmányában Durham (DURHAM [2000]). 1984 májusától 1999 márciusáig terjed a vizsgálat időszaka, melyben 15 részvénytőkei anomáliát sikerült beazonosítani 16 fejlett ország tőzsdéjét megvizsgálva. A tanulmány arra a kérdésre kereste a választ, hogy milyen té-

nyezők játszanak releváns szerepet az anomáliák előidézésében. A tanulmány az Institutional Investors által mért országhockázat szerepén kívül sok egyéb tényező hatását is vizsgálta; a részvényárfolyamnak a könyvszerinti értékhez és mérleg szerinti eredményhez viszonyított arányán kívül az osztalékfizetés, a piaci méret, a rövidtávú, a középtávú és hosszú távú késleltetett rendkívüli hozamok, az inflációs ráta, az inflációs sokkok, a munkanélküliségi ráta és munkanélküli sokkok, a hosszúlejáratú kötvényhozamok, a hozamgörbe és a „január-effektus”⁶ szintén szerepelnek, mint potenciális magyarázó változók. A különböző érzékenységvizsgálati módszerek rámutattak arra, hogy a fenti változók közül az osztalékfizetés, a hosszú távú késleltetett részvényhozamok, a január-effektus és az országhockázat szolgálhat magyarázó erővel.

Az országhockázat és a kibocsátás, valamint a fogyasztás volatilitásának makroökonómiai összefüggéseit elemzi tanulmányában Hamann S (HAMANN [2001]). A volatilitási adatok számításához a szerző a Világbank adatbázisát használta fel, az országhockázatot pedig az Institutional Investors minősítései alapján modellezte. A 140 országot érintő vizsgálat az 1980-tól 1998-ig tartó időszakot ölelte fel. Az országminősítések és a kibocsátás, valamint az országminősítések és a fogyasztás volatilitása közötti kapcsolatot a tanulmány lineáris regressziós modellek segítségével ragadta meg. A regressziós modell együtthatói minden esetben szignifikánsan különböznek nullától, a volatilitást modellező szórás együtthatója pedig negatív volt mindkét esetben. A lineáris korrelációs együtthatók a kibocsátás volatilitása esetén -0,43, a fogyasztás volatilitása esetén pedig -0,39-es értéket vettek fel. Mindez azt jelenti, hogy az országminősítések és a makrogazdasági teljesítmények volatilitása, változékonysága között igen erős negatív irányú kapcsolat van. Jelen értekezés későbbi részében vizsgálat alá kerül a részvényindexek szórása és az országhockázat közötti kapcsolat, ahol kimutatásra kerül, hogy a gyengébb országminősítések

⁶ Az USA piacán tapasztalható hatás, hogy a januári részvényhozamok rendkívüli többlethozamot tartalmaznak, melynek oka az, hogy az előző év decemberében adózási okokból értékesített papírokat a befektetők januárban visszavásárolják.

esetén az indexek szórása általában magasabb. A vállalatok részvényhozammal mért teljesítményének ingadozása és a makroökonómiai teljesítmények ingadozása tehát hasonló kapcsolatban van az országminősítéssel.

Az országhozadék más típusú megközelítését alkalmazza tanulmányában, Clark és Kassimatis (CLARK, KASSIMATIS [2004]). A hat latin-amerikai országot átfogó, 1985-től 1997-ig rendelkezésre álló adatokkal dolgozó tanulmány nem az országminősítéseket használja az országhozadék megközelítésére, hanem egy sajátos kockázati-felár becslést alkalmaz. A kockázati felárak becslése a tanulmányban úgy történik, hogy a rendelkezésre álló éves adatok alapján megbecsülik az adott ország nettó exporttermelő képességét. Ez analóg azzal az eljárással, amikor egy vállalat eszközeinek nettó jelenértékét határozzák meg diszkontált cash-flow módszerrel. Ezek után a Black-Scholes modell segítségével kerül kiszámításra az ország adósságának piaci értéke. A fennálló nominális adósság és ennek az adósságnak a piaci értéke alapján kiszámítható az adósság elvárt megtérülési rátája. Ezen ráta, valamint a kockázatmentes USD kamatláb különbözete adja a kockázati felarat adott ország esetében. A tanulmány lineáris regressziós modellek segítségével azt vizsgálta, hogy az országhozadék felár megváltozása milyen hatást, illetve hatásokat gyakorol a részvényhozamokra országonként. Az összes vizsgálatba bevont ország – Argentína, Brazília, Chile, Kolumbia, Mexikó, Venezuela – vonatkozásában kimutatták, hogy az országhozadék felár egy százalékpontos megváltozása átlagosan 4,9 százalékos részvényhozam-csökkenést eredményez. Ez az eredmény 5%-os szinten szignifikáns.

A modell mintegy 6 százalékos magyarázóereje szintén szignifikánsan különbözik nullától. A tanulmány tehát szintén megerősíti, hogy az országhockázat és a részvénytőkepiacok között jelentős összefüggések vannak.

4. Az eddigi kutatási eredmények és jelen értekezés empirikus kutatási területének összehasonlítása

Az eddigi kutatási eredményeket foglalja össze az alábbi táblázat, melyben egyrészt a vállalati kötvény vs. állampapír, másrészt pedig a kamatszint vs. minősítések szerint szerepelnek a kutatások fő megállapításai.

	Kamatok	Minősítések
Vállalati kötvények	Kevésbé kutatott terület, bizonyítást nyert, hogy a kamatlábak hatnak a kötvénypiacokra, viszont a kamatok részvénytőkepiacokra gyakorolt hatása csak gyengén bizonyított.	Alaposan kutatott terület, a kötvények minőségének kedvező megváltozása nincs jelentős hatással a részvényhozamokra, viszont a leminősítések egyrészt rendkívüli részvényhozam veszteségeket okoznak, másrészt pedig megnövelik a részvényhozamok volatilitását.
Állampapírok	Alaposan kutatott terület, a kamatok mindkét irányú változása befolyásolja a részvényhozamokat, a kamatszint csökkenése emelkedő, növekedése csökkenő részvényhozamokat eredményez. A hozamgörbe alakja is hatással van a részvénytőkepiaci hozamokra.	<i>Alig kutatott terület, az országminősítések javulása nem gyakorol befolyást a részvényhozamokra, a minősítések romlása viszont rendkívüli részvényhozam veszteségekkel jár együtt.</i>

1.sz.táblázat: Kötvény- és részvénytőkepiacok összefüggései

Jelen értekezés empirikus kutatásának tágabb keretét szolgálnak a fent bemutatott tanulmányok. A szűkebben vett keretet az eltérő betűtípussal jelölt terület adja.

Míg a minősítésekkel foglalkozó eddigi tanulmányok azt vizsgálják, hogy a minősítések megváltozása – a változás iránya, mértéke – milyen hatással van a részvénytőzsdéi hozamokra, addig jelen értekezés empirikus kutatása azt elemzi, hogy önmagukban a minősítések és a részvényindex-hozamok eloszlásai mutatnak-e összefüggéseket.

Az értekezésnek nem témája annak részletes elemzése, hogy milyen hatások, hatásmechanizmusok befolyásolják, illetve befolyásolhatják a két piac összefüggéseit. Ezeket a hatásokat a korábban vizsgált tanulmányok is mintegy érintőlegesen, felvetések formájában említik. A fenti összefüggést indokolhatja, hogy az országminősítések során főleg *belső makrogazdasági mutatók, tendenciák* kerülnek értékelésre, mely tendenciák alapvető hatással lehetnek az adott nemzeti tőzsde folyamataira. Másrészt az előforduló, *nemzetközi* – globális makrogazdasági – *hatások* eltérően csapódnak le a különböző tőkepiacok esetében. Egy nemzetközi sokk esetében a kockázatosabb ország tőzsdéjéről erősebb a tőkekiáramlás (*capital flight back*), mint egy kisebb országgal rendelkező ország esetében, így az árfolyam-ingadozások okozta kockázat is eltérő lehet.

A nemzetközi részvénytőzsdéi hozameloszlások elemzését a harmadik részben egyváltozós eloszlásfüggvények illesztése során előállított paraméterbecslések segítségével teszem meg. Megvizsgálom azt, hogy a becsült paraméterek mutatnak-e összefüggést az országminősítésekkel. Az alkalmazott eljárás hasonlóságot mutat a módszerhez, melyet a magyar tőzsde esetében a tőzsdéi kapitalizáció és a különböző hozameloszlások jellemzői közötti összefüggés tárgyában vizsgáltam (LUKÁCS [2002], LUKÁCS [2003]). Kitérek arra is,

hogyminden mit jelent kockázati szempontból. A negyedik részben többváltozós eloszlásként elemzem a vizsgált indexek összességét, így megvizsgálom azt, hogy a különböző optimalizáló modellek milyen súlyokkal veszik figyelembe a különböző minősítéseknek megfelelő tőzsdeindexeket.

II. RÉSZ: Elméleti háttér, módszertan, adatok

1. Elméleti háttér

1.1. Kockázatmérés, portfólióelmélet, az eszközértékelés alapjai

Jelen dolgozat a nemzetközi országminősítések és a részvényindex-hozamok eloszlásának jellemzői közötti összefüggések vizsgálata során a bizonytalanság, illetve a kockázat azon szegmensére fókuszál, mely mérhető, rendelkezésre álló adatok alapján elemezhető, modellezhető, következésképpen kritériumoktól függően egzaktan definiálható. A dolgozatban a vizsgált kockázatokkal kapcsolatos összefüggések feltárása, elemzése során alapvetően a pénzügyi közgazdaságtan megközelítései, módszerei kerültek alkalmazásra.

A közgazdaságtan valamennyi ága közül a pénzügyi közgazdaságtan a leginkább empirikus terület. Ez annak köszönhető, hogy a pénzügyi közgazdaságtan elsődleges következtetési módszere a pénzügyi modellekre alapozott statisztikai, ökonometriai következtetés. A pénzügyi modellek középpontjában a bizonytalanság, a kockázat áll, mely fogalom egzakt definiálása, felhasználhatóvá tétele, mérése alapvető fontosságú.

A kockázat mérésének kezdeteit Peter Bernstein (BERNSTEIN [1998]) könyvében egészen a 15. század végére teszi. Ekkor fogalmazta meg Luca Paccioli olasz szerzetes azon dilemmáját, mellyel később számos matematikus foglalkozott, s az eset korrekt megoldására is csak több száz év múlva került sor. A kérdés lényege az, hogy abban az esetben, ha két személy fordulónként egyenlő esélyű szerencsejátékot játszik, – mely akkor ér véget, ha valaki tíz fordulót nyer, – s egy adott időpontban 5:3-as nyerési aránynál a felek megszakítják a játékot, milyen arányban kell a tétet igazságosan elosztani. Ez a probléma el-

indította a gondolkodókat azon az úton, mely során a jövőbeni kimeneteket, azok bekövetkezési valószínűségeit szisztematikusan figyelembe kell venni.

A különböző áru- és értéktőzsdék működése szintén több száz éves múlttal rendelkezik. A 20. század közepéig, Markowitz portfólióválasztással kapcsolatos munkájának megjelenéséig (MARKOWITZ [1952]) senki nem gondolt arra, hogy a tőzsdei árfolyamokban megjelenő kockázatot számszerűsítse. „A kockázat a rámenősségekben volt, nem pedig a számokban...” ahogy Peter Bernstein fogalmaz. Markowitz egy befektetési portfólió kockázatát annak varianciájával jellemezte. Ez volt az első olyan mérőszám, mely felhasználhatóvá tette a kockázat fogalmát. A kockázat korábban csupán intuitív, kvalitatív fogalom volt. Markowitz modellje implikálta azt a megközelítést, mely szerint bármely instrumentum (árfolyammal rendelkező eszköz, értékpapír, index, származékos eszköz, hitelportfólió, stb.) kockázata szorosan összefügg árfolyamának ingadozásával, volatilitásával. Minél nagyobb ez a fajta volatilitás, annál nagyobb a bizonytalanság, kockázat. Portfóliószinten középponti kérdés az is, hogy a portfólió elemei milyen hatással vannak egymásra, konkrétan árfolyammozgásaik milyen kapcsolatban vannak egymással. A modern portfólióelmélet kifejlődését részletesen taglalja cikkében Elton és Gruber (ELTON, GRUBER [1997]). Markowitz modellje a Neumann-Morgenstern-féle (NEUMANN, MORGENSTERN [1944]) várható hasznosság maximalizálásán alapul. A hasznosság elméletben bevezetésre kerül az úgynevezett racionális, kockázatkerülő befektető fogalma. A kockázatkerülő befektető alapvetően konkv hasznossági függvénnyel rendelkezik, ami azt jelenti, hogy vagyona egységnyi gyarapodásának előnye, hasznossága alulmarad vagyonának egységnyi veszteségének hátrányával szemben. Másik következménye a kockázatkerülő attitűdnek, hogy addicionális kockázat felvállalásáért a befektető megfelelő addicionális hozamelvárást fog támasztani. Az elvárt hozam és a kockázat közötti átváltás, „trade-off” szintén központi témája a pénzügyi közgazdaságtannak. Markowitz

elméletének másik következménye volt, hogy kimutathatóvá vált a portfóliódiverzifikáció kockázatsökkentő hatása.

A kockázatkezelés fejlődésének következő állomása 1965-66-ban érkezett el, amikor is Sharpe (SHARPE [1964]) és Lintner (LINTNER [1965]) definiálták és a kockázatmérés részévé tették a kockázatmentes eszközt, illetve definiálták a kockázatos eszközök béta mutatóját, mely fejlemények elvezettek a kockázatos eszköz elvart hozamának definiálásához. A kockázatmentes eszköz, valamint – az egyedi eszköz portfólió kockázathoz való hozzájárulásaként definiált – béta segítségével definiált elvart eszközhozam lehetővé tette, hogy létrejöjjön egy komplex tőkepiaci elmélet CAPM (Capital Asset Pricing Model) néven. 1973-ban Merton (MERTON [1973]) kimutatta, hogy a CAPM folyamatos időhorizontból is származtatható, amennyiben a kereskedés időben nem korlátozott és a részvényekkel kapcsolatos hozamgeneráló folyamat folytonos olyan értelemben, hogy – a diffúziós folyamatok analógiájára – nincsenek benne „túl nagy” ugrások. A hozamgeneráló folyamat CAPM-mel történő összekapcsolása tette lehetővé a Black-Scholes opcióértékelési modellt (BLACK, SCHOLLES [1973]) megalkotását. Az eszközértékelés történetét mutatja be történelmileg meglehetősen visszanyúlva Dimson és Mussavian (DIMSON, MUSSAVIAN [1999]) tanulmánya.

A fenti fejlődés alapozta meg azokat a kereteket, melyeket a huszadik század végi, huszonegyedik század eleji gondolkodás megkísérel átlépni. A hozameloszlások – aszimmetria, illetve nagy valószínűségű extrém hozamok formájában megjelenő – normális eloszlástól való jelentős eltérése, a hozamgeneráló folyamat szakadásai, fraktális jellege, a volatilitás nem stacionaritása jelentik azokat az új elemeket, melyek tőkepiaci modellezésbe való beépítése egyrészt egyre inkább finomítja a korábbi modelleket, másrészt a volatilitáson túllépő kockázatdefiníció(ka)t tesznek szükségessé, harmadrészt pedig megkérdőjelezi a korábbi modellek relevanciáját. Az egyedi hozamok eloszlásának normális

eloszlástól való jelentős eltérésének leírására különböző egyváltozós eloszlástípusokat alkalmazhatunk – ilyenek a Student-féle t-eloszlás, a normális eloszlások diszkrét keveréke, a stabil eloszláscsalád eloszlásai, stb.); többváltozós esetben pedig az egyedi hozamok függőségi struktúrájának vizsgálata vezethet el új modellekhez. A hozamok fraktális jellegét jellemezhetjük azok fraktáldimenziójával, a volatilitás időbeni változását pedig jól modellezzik a különböző GARCH modellek. A variancián túllépő kockázatmértékek is megjelennek a huszadik század utolsó éveiben. Elsőként a VaR, majd – ha gyakorlatban egyelőre nem is terjedt el, – a kockázatkezelés elméletében definiálásra kerültek az elfogadható (koherens) kockázatmértékek jellemzői.

A magyar szakirodalom vonatkozásában a VaR-ral és a GARCH modellekkel kapcsolatban Kóbor Ádám empirikus kutatását (KÓBOR [2000]) emelem ki ezen a helyen. A vizsgálat a BUX és a DJIA index négy éves napi hozamadatait elemzi. A tanulmány megállapítja, hogy a hozamok eloszlása a normális eloszláshoz képest vastagabb szélekkel rendelkezik, melynek oka az, hogy a hozamok volatilitása időben nem állandó. Ez indokolja a heteroszkedaszticitást kezelni tudó GARCH modell alkalmazását a hozamok modellezésére. A normális eloszlást feltételező GARCH modell csupán a DJIA index esetében kezelte megfelelően a vastag eloszlásszélek problémáját. A BUX esetében a hozamok Student-féle t-eloszlását feltételező GARCH modell bizonyult megfelelőnek.

1.2. Kockázatmértékek problémaköre

Markowitz munkájának megjelenése (MARKOWITZ [1952]) tehát forradalmi jelentőségű volt a kockázat számszerű megragadásának terén. Markowitz a kockázatot egyetlen eszköz esetében a várható értéktől való átlagos eltéréssel, azaz a varianciával; több eszközből álló portfólió esetén pedig az eszközök közötti kovarianciával méri. Fontos újítás tehát, hogy egy portfólió varianciája nem a benne szereplő eszközök varianciájának az összege, hanem jellemzően annál kisebb a szubadditivitás miatt. Az elmélet publikálása óta eltelt mintegy

ötven évben egyrészt specifikálták azokat az eseteket, amelyekben a Markowitz modell alkalmazható, másrészt megkísérelték olyan esetek modellezését, amelyekre az elmélet feltételei nem teljesülnek.

Egyetlen eszköz esetében, azaz egyváltozós eloszlás esetén az eszközök hozamainak normális eloszlása során a kockázat varianciaként való felfogása helytálló. Amennyiben a hozam adatok szignifikáns aszimmetriát mutatnak, a varianciával mért kockázat nem korrekt. Szintén problematikusak azok az esetek, amikor a hozameloszlások széleinél magasabb hozamgyakoriságokat találunk, mint azt a normális eloszlás implicálná. Ezeket a problémákat, "fat tail", ill. "heavy tail" problémaként említi a szakirodalom. A vastag eloszlásszélek modellezése felveti az egynél (várható érték) magasabb rendű momentumok létezésének problémáját. Több esetben a hozameloszlások csak olyan eloszlással modellezhetők, melyeknek nem létezik egynél magasabb rendű momentuma. Tehát csak a várható érték létezik, a variancia és a magasabb rendű momentumok nem. Ez szintén nehezíti a várhatóérték–variancia modellek helytállóságának elfogadását.

Több eszközből álló portfólió, azaz többváltozós eloszlással történő modellezés esetén komplexebb megközelítésre van szükség. Egy portfólió többváltozós hozameloszlása a hozamok peremeloszlásai és a hozamok közötti függőségi struktúra ismeretében tekinthető adottnak. Abban az esetben tehát, ha a portfólióban szereplő eszközök hozamai normális eloszlást követnek, illetve amennyiben a hozamok függőségi struktúrája is normális eloszlású, korrekt kockázatomértéket definiált Markowitz. A legutóbbi kutatások pontosan definiálták azt az eloszlásosztályt, mely esetén alkalmazhatók a lineáris függőségi mértékek, így a kovariancia is. Ez az osztály pedig az elliptikus eloszlások osztálya, ahol is az egyenlő sűrűségű felületek ellipszoidok. Ez a feltételezés nemcsak a normális eloszlásra teljesül, – hanem például a véges szórású Student-féle t-eloszlásokra is – így a Markowitz modell érvényessége némiképp szélesedik. A korrekt koc-

káratmértékekkel szemben megfogalmazott kritériumokról, valamint a Markowitz-féle "hagyományos" kockázatmértékek kritikájáról a magyar szakirodalomban Varga József (VARGA [2002]) készített részletes tanulmányt. Fontosnak tartom kiemelni, hogy a Markowitz modellben használt páronkénti kovarianciák, illetve (Pearson féle) korrelációs együtthatók rendszere – mely mutatók csupán a változók közötti lineáris függőségi kapcsolatot mérik – csak az elliptikus eloszlások esetén írja le megfelelően a valószínűségi változók függőségi kapcsolatát. Igazolható, hogy két valószínűségi változó közötti kovariancia, illetve korrelációs együttható szoros kapcsolatban áll a két változó közötti lineáris regressziós egyenlet meredekségi együtthatójával. Ennek következtében a portfólió elemei közötti kovarianciák – illetve korrelációs együtthatók rendszere – csupán az elemek közötti lineáris kapcsolatokat méri.

Összességében tehát elmondhatjuk, hogy a varianciára, kovarianciára alapozott kockázatfelfogás nem helytálló aszimmetrikus hozameloszlások esetén, vastag eloszlásszélek esetén, nem elliptikus eloszlások esetén, illetve azokban az esetekben, amikor nemcsak vastag eloszlásszélekkel állunk szemben, hanem a nagy veszteségek együttes bekövetkezési valószínűsége is extrém módon magas.

Hozameloszlások esetén a fenti problémák "orvoslására" kerültek bevezetésre – egyváltozós esetben – a stabil eloszlások, extrémális eloszlások, különböző szabadságfokú Student-féle t-eloszlások, eloszlásszél-index esztimátorok (pl. Hill-index), stb., – többváltozós esetben pedig a feltételes kockázatotott érték (CVAR), várható deficit (ES), eloszlásszéلبeli feltételes várakozás (TCE) és az eloszlásszél átlag, a legrosszabb feltételes várakozás (WCE) és spektrális kockázati mértékek.

A VaR számítást az 1990-es évek elején, közepén kezdték el alkalmazni elsősorban USA-beli befektetési bankok. A módszer igen rövid idő alatt elterjedt.

Népszerűségének egyik oka, hogy adott értékpapír, illetve portfólió kockázatát egyetlen mérőszámba sűrítette. Ez a mérőszám, főleg annak változása igen egyszerű, jól értelmezhető módon jelezte a menedzsment számára befektetésének kockázatosságát. A későbbiek során a különböző VaR technikák – főleg az Európai Unió tagállamaiban – részévé váltak azon bankfelügyeleti előírásoknak, melyek alapján mindenfajta árfolyam-ingadozással, tehát kockázattal bíró portfólió kockázatát kezelni kell. A VaR modellek banki, pénzügyi alkalmazási lehetőségeiről jó áttekintést ad Crouchy és társai tanulmánya (CROUCHY, GALAI, MARK [2001]), valamint Saunders és Cornett (SAUNDERS, CORNETT [2003]) könyve.

A VaR mutató, melyet kockázatosított értéként szoktak hivatkozni a magyar szakirodalomban, arra a kérdésre adja meg a választ, hogy bizonyos biztonsági szint mellett, adott időszak alatt mekkora maximális portfólió veszteség várható. Erre a kérdésre a hozam adatok ismeretében, illetve a hozameloszlások specifikációja után könnyen választ kaphatunk. Ha például 1%-os szignifikancia szinten egy adott portfólió VaR-ja 10 egység, napi hozam adatokból számolva, akkor ez azt jelenti, hogy 99% a valószínűsége annak, hogy egy nap alatt a portfólió értéke nem fog több mint 10 egységgel csökkenni.

Egzakt módon k valószínűség mellett, egységnyi időszakra a VaR az alábbi összefüggés alapján adható meg.

$$VaR_k = -F_X^{-1}(k), \quad (1)$$

ahol a jobboldalon álló kifejezés az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye inverze mínusz egyszeresének a k helyen vett értéke. Az eloszlásfüggvény inverze hozamok esetén negatív értéket eredményez, így ahhoz, hogy a pozitív kockázatosított értéket megkapjuk, szükség van a mínusz eggyel való szorzásra.

A portfóliók esetében a VaR mint kockázatmérték komoly problémákat vet fel. Portfóliók esetében a VaR több lokális szélsőértékkel rendelkezik, így globális értelemben vett minimalizálása, ezáltal optimális portfóliók kialakítása megkezdés nehézségekbe ütközik. A VaR-ral kapcsolatos problémák bővebb kifejtése található meg Acerbi és társai tanulmányában (ACERBI, NORDINO, SISTORI, [2001]). Walter (WALTER [2002]) a VaR problémák egyik speciális, főként alapkezelőket érintő problémáját, a kaszinóhatást, valamint a VaR gyakorlati használatát bemutató tanulmányban foglalkozott a kérdéssel.

A hagyományos kockázatmértékek, mint a portfólió variancia, illetve a gyakorlati alkalmazások során jelentős mértékben elterjedt VaR – bár különböző okok miatt – de nem képesek megfelelően modellezni a több eszközből álló portfóliók kockázatát. A két hagyományos kockázatmérték eltérően kezeli a diverzifikáció kérdését. A Markowitz modell egynél kisebb korrelációs együtthatók esetén "kedvezően" veszi a diverzifikációt olyan értelemben, hogy új eszköz bevonása esetén a portfólió varianciája általában nem növekszik olyan mértékben, mint az eszköz varianciája. A VaR ezzel szemben nem veszi figyelembe a diverzifikáció – fenti értelemben vett – kedvező hatását. A fenti kockázatmérték-problémák kezelésére a kutatások két fő irányban indultak el. A függőségi struktúra modellezésére az egyik lehetséges megoldást a kopulák kínálják. Ezek fő jellegzetessége, hogy a peremeloszlások konkrét típusától függetlenül – különböző kopula függvényekkel – lehet a függőségi struktúrát leírni. Ezáltal lehetővé válik az összefüggő eloszlásszélbeli események megfelelő vizsgálata is. A másik irány is a szélsőséges kedvezőtlen események rendszerére összpontosít, azonban a pontos eloszlástípus, – peremeloszlások és függőségi struktúrák – specifikálása nélkül oly módon, hogy vagy az empirikus, diszkrét hozam adatokra, vagy pedig elkészített szcenáriókra minimalizálja az extrém veszteségek lehetőségét.

A hagyományos kockázatmértékek kritikájánál nem megkerülhető azon kritériumrendszer pontos definiálása, melynek teljesülése esetén "elfogadhatónak", – a szakirodalom alapján *koherensnek* – minősítünk egy kockázatmértéket. A koherencia feltételeket az utóbbi időszak magyar szakirodalmában Csóka Péter (CSÓKA [2003]) és Varga József (VARGA [2002]) fogalmazzák meg.

Koherens egy kockázatmérték, amennyiben megfelel az alábbi feltételeknek.

a) Pozitív homogenitás: minden x valószínűségi változóra teljesül a következő feltétel: $\rho(\lambda x) = \lambda \rho(x)$, ahol $\rho : X \rightarrow R$, kockázatmérték, λ pedig pozitív valós szám.

b) Szubadditivitás: minden x és y valószínűségi változóra teljesül a következő feltétel: $\rho(x + y) \leq \rho(x) + \rho(y)$,

c) Monotonitás, vagy komonotonitás: minden x és y valószínűségi változóra teljesül a következő feltétel: $\rho(x) \leq \rho(y)$, amennyiben $x \leq y$.

d) Átmeneti invariancia: tetszőleges x valószínűségi változóra teljesül a következő feltétel: $\rho(x + \alpha r_0) = \rho(x) - \alpha$, ahol α valós szám, és r_0 a kockázatmentes kamatláb.

A fentiek alapján elmondható, hogy a VaR-ra nem teljesül a szubadditivitás feltétele, amiből az következik, hogy a portfólió diverzifikációjára nincs ösztönző hatással. A szubadditivitási feltétel nem teljesülése maga után vonja a konvexitás hiányát is, melynek következtében a VaR-nak több lokális szélsőértéke is van. Megállapítható továbbá, hogy a kovarianciákkal számolt portfólió variancia kielégíti ezt a feltételt, sőt a többi hármat is, így ez koherens kockázati mérték. A varianciával szembeni problémák tehát annak koherens volta mellett fogalmazódnak meg.

A VaR-ral kapcsolatos problémák megfogalmazása miatt az elmúlt néhány évben több olyan kockázatmértéket definiáltak, melyek jobban tükrözik az extrém hozamok miatti portfólió-kockázatot. Ezek definícióit, jellemzőit Acerbi és Tasche (ACERBI, TASCHE [2002]), valamint Tasche (TASCHE [2002]) tanulmányai alapján foglalom össze.

Legyen X az (Ω, A, P) valószínűségi mezőn értelmezett valószínűségi változó, melynek $E[\dots]$ a P alapján számított várható értéke. Legyen $\alpha \in (0,1)$ valós szám, valamint definiáljuk az alábbi indikátorfüggvényt:

$$1_A(a) = 1_A = \begin{cases} 1, & a \in A, \\ 0, & a \notin A. \end{cases} \quad (2)$$

Ekkor X alsó, illetve felső α kvantilisre rendre az alábbi formulákkal adható meg:

$$x_{(\alpha)} = q_{\alpha}(X) = \inf\{x \in R : P[X \leq x] \geq \alpha\}, \quad (3)$$

$$x^{(\alpha)} = q^{\alpha}(X) = \sup\{x \in R : P[X \leq x] \leq \alpha\}. \quad (4)$$

Ennek megfelelően diszkrét eloszlások esetére is tudjuk definiálni a kockázatmértékeket. Ennek a ténynek elsősorban derivatív termékek, valamint tőzsdén nem forgalmazott hitelek, hitelportfóliók esetén van nagy jelentősége. A felső kvantilisre számított VaR az alábbiak szerint adható meg:

$$VaR^{(\alpha)} = -x^{(\alpha)}. \quad (5)$$

Ebből látható, hogy a VaR nem veszi figyelembe a felső kvantilis alatti extrém veszteségek eloszlását.

A további mutatók kialakításánál mindegyik esetben feltesszük, hogy a veszteségek várható értéke véges, azaz $E[X^-] < \infty$.

A veszteségek eloszlásának figyelembevételére jó megoldásnak kínálkozik azok feltételes várható értékeinek meghatározása. Ennek alsó és felső kvantilise számított értékeit rendre az alábbi formulák adják meg (Tail Conditional Expectation):

$$TCE_\alpha = -E[X|X \leq x_{(\alpha)}], \quad (6)$$

$$TCE^\alpha = -E[X|X \leq x^{(\alpha)}]. \quad (7)$$

A feltételes eloszlásszélbeli várakozások ugyan figyelembe veszik a veszteségek eloszlását, mégsem tekinthetők koherens kockázati mértéknek, hiszen nem szubadditívek a VaR-hoz hasonlóan. Ennek a problémának a kiküszöbölésére vezették be a legrosszabb feltételes várakozás (Worst Conditional Expectation) mutatóját az alábbiak szerint:

$$WCE_\alpha = -\inf\{E[X|A]: A \in \mathcal{A}, P[A] > \alpha\}. \quad (8)$$

A WCE szubadditív, koherens kockázati mérték, tükrözi a veszteségek eloszlását, viszont a szükséges infimum kiszámítása miatt meglehetősen nehézkesen kezelhető, ezen kívül értéke nemcsak X eloszlásától függ, hanem a valószínűségi mező szerkezetétől is.

A TCE-hez hasonló, viszont koherens kockázati mérték alapját teremti meg az alábbiakban definiált eloszlásszél átlag (Tail Mean) mutató.

$$TM_\alpha = \alpha^{-1}\left(E[X1_{\{X \leq x_{(\alpha)}\}}] + x_{(\alpha)}(\alpha - P[X \leq x_{(\alpha)}])\right). \quad (9)$$

Az eloszlásszél átlag mutatóból az alábbiak szerint származtatható a várható veszteség mutatója (Expected Shortfall) :

$$ES_{\alpha} = -TM_{\alpha}. \quad (10)$$

A várható veszteség mérőszáma koherens, az X eloszlásától függő kockázati mérték, mely megfelelően tükrözi a portfólió eloszlásszélében lévő veszteségekből adódó kockázatot.

Portfólió optimalizálási feladatok elvégzésére is alkalmas a feltételes kockázattott érték (Conditional Value at Risk) mutatója, mely az alábbi képlettel adható meg.

$$CVaR^{\alpha} = \inf \left\{ \frac{E[(X - s)^{-}]}{\alpha} - s : s \in R \right\}, \quad (11)$$

ahol s egy meghatározott veszteségszintet jelöl.

Acerbi és társai a fenti tanulmányban igazolták, hogy amennyiben X integrálható valószínűségi változó, akkor

$$ES_{\alpha} = CVaR^{\alpha}. \quad (12)$$

A fent definiált kockázatmérték mindegyike majorálja a VaR által megadott kockázatot. Az új generációs kockázatmértékek közti összefüggések az alábbiak szerint adható meg.

$$TCE^{\alpha} \leq TCE_{\alpha} \leq ES_{\alpha}, \quad (13)$$

$$TCE^{\alpha} \leq WCE_{\alpha} \leq ES_{\alpha}. \quad (14)$$

A fentiek alapján látható, hogy a VaR-t legkisebb mértékben majoráló koherens kockázat mutató a WCE_α . A kockázatmutatók közül a legnagyobb kockázatot az ES_α implikálja. Az Acerbi tanulmány megállapítja még, hogy az ES_α mutató, a különböző valószínűségi tereken, de azonos eloszlások esetén értelmezett WCE_α mutatók maximuma.

Acerbi és Tasche tanulmányában igazolja, hogy a fenti, új generációs kockázatmértékek akkor és csak akkor egyenlők egymással, ha X folytonos valószínűségi változó.

2. Országminősítések módszertana

Az országhoz tartozó kockázat, azaz egy adott ország fizetőképességének megítélése tipikusan kétféle aspektusból közelíthető meg. Az időhorizont, illetve a belföldi vs. külföldi adósságszolgálat szempontjai kerülnek általában a figyelem középpontjába. A belföldi fizetőképzetlenség fogalma azt jelenti, hogy az állam saját valutájában denominált adósságszolgálatát nem tudja teljesíteni. Tekintettel arra, hogy az adott kormánynak saját valutája vonatkozásában minden esetben megvan a korlátlan pénzkibocsátás joga, így ez a lehetőség csupán elvi jellegű. A kockázat felmérésének lehetőségét annak a meghatározása jelenti, hogy mekkora a valószínűsége annak, hogy a belső adósságokat az állam inflációval, azaz csak extra pénzmennyiség kibocsátásával tudja fedezni. Más valutában rögzített, külső adósságok esetében az adott országnak képesnek kell lennie arra, hogy a külső valutát – amiben törlesztenie kell adósságait – elő tudja teremteni, praktikusán meg tudja vásárolni. Az országminősítés az adott ország területén működő gazdálkodó szervezetek minősítéseinek alsó korlátját jelenti; azaz egyetlen gazdálkodó szervezet minősítése sem lehet kedvezőbb, mint azon ország szuverén kockázata, amelyben tevékenykedik. Ezt az összefüggést a transzfer kockázat léte biztosítja, mely azt jelenti, hogy az adott valutában létrejövő szabad cash-flow bármilyen fajta repatriálását (osztalék, osztalékékezőleg, menedzsment díj, stb.) az adott állam megtilthatja konverziós tilalom, vagy korlátozás formájában. (Megjegyzendő ugyanakkor, hogy egyes multinacionális cégek esetében előfordul, hogy az adott ország területén működő leányvállalatnak kockázatát a szuverén kockázatnál alacsonyabbra értékelik.) Időhorizont szempontjából beszélhetünk rövid – éven belüli – és hosszú távú országhoz tartozó kockázatról. Rövid távú országhoz tartozó kockázat esetén elsősorban azt vizsgálják, hogy az adott ország importja hogyan viszonyul a devizatartalékaihoz, figyelembe véve annak lejárat szerkezetét, valutában összetételét, ezen kívül az ország exportbevételeinek jellemzőit, rövid távú nemzetközi befektetéseit, illetve

fennálló hitelkereteit. A hosszú távú kockázatok ennél sokkal szélesebb spektrumú vizsgálat során kerülnek jellemzésre, melynek fő alkotóelemei minősítő cégenként eltérő. Az *Institutional Investors* például felkér mintegy száz banki szakértőt arra, hogy külső szemmel értékeljék a különböző országok kockázatait egy 100 fokozatú skálán. A kapott válaszok különböző szempontok szerinti súlyozásával adódik a végső eredmény. A *Euromoney* a vizsgált tényezőket három nagy csoportra osztja; 40 százalékos súllyal szerepelnek az ún. analitikus mutatók (politikai kockázat, gazdasági kockázat, gazdasági mutatók), 20 százalékos súllyal veszik figyelembe a hitelmutatókat (hiteltörlesztési múlt vizsgálata, átütemezések), szintén 40 százalékos a piaci mutatók (kötvénypiacra való belépés, rövidlejáratú állampapírok értékesítési tapasztalata, másodlagos állampapírpia) aránya. Az *Economist Intelligence Unit* 45 százalékban veszi figyelembe a középtávú hitelezési kockázat tényezőit (például külső adósság és GDP aránya, adósságszolgálati mutató, megtakarítások és beruházások aránya, stb.), 40 százalékban a politikai kockázat, 15 %-ban pedig a rövidtávú kereskedési kockázat befolyásolja a minősítést.⁷

A későbbi vizsgálatokat a Fitch IBCA országminősítéseinek figyelembe vételével végeztem el, így a következőkben ezen minősítő cég szempontrendszerét⁸ tekintjük át az alábbi felsorolás szerint. A zárójelbe tett értékek azt fejezik ki, hogy az adott fő szempontot hány alpontra bontják a konkrét elemzések során.

- I. Demográfiai, oktatási és strukturális tényezők [11]
- II. Munkaerő-piaci elemzés [9]
- III. Termelés és kereskedelem szerkezete [6]
- IV. A magánszektor dinamizmusa [10]
- V. Kínálat és kereslet egyensúlya [8]

⁷ Interneten, a cégek honlapjain hozzáférhető információk alapján készült a három minősítő cég országminősítésének rövid bemutatása.

⁸ A Fitch IBCA minősítési szempontrendszere publikus, elektronikusan elérhető (FitchRatings Sovereign)

- VI. Fizetési egyensúly [16]
- VII. Középtávú növekedés feltételeinek elemzése [6]
- VIII. Gazdaságpolitika [12]
- IX. Külkereskedelmi és külföldi beruházási politika [9]
- X. Pénzügyi szektor [5]
- XI. Devizatartalékok [5]
- XII. Külső adósságok [12]
- XIII. Politika, állam [12]
- XIV. Nemzetközi kapcsolatrendszer [6]

Látható tehát, hogy egy összesen 127 szempontból álló, igen összetett módszer szerint ítéli meg a Fitch IBCA az adott ország fizetőképességét.

A hosszú távú minősítések során az alábbi kategóriákat alkalmazza a vizsgált minősítő cég.

AAA: A legjobb hitelképesség, a fizetőképességet előrelátható események valószínűleg nem befolyásolják.

AA: Nagyon magas hitelképesség, nagyon alacsony hitelkockázat, előrelátható események jelentősen nem befolyásolják a fizetőképességet.

A: Magas hitelképesség, alacsony hitelkockázat, de előrelátható események befolyásolhatják a fizetőképességet.

BBB: Jó hitelképesség, megfelelő hitelkockázat, de a környezetben és gazdaságban bekövetkező változások jelentős hatással lehetnek a fizetőképességre.

BB: Spekulatív kategória, számottevő a hitelezési kockázat, mely főleg a gazdasági változásokból fakad, ugyanakkor a konkrét üzleti és pénzügyi feltételek biztosíthatnak megtérülést.

B: Magasan spekulatív kategória, jelentős a hitelezési kockázat, kevés a biztonsági tényező, jelenleg a pénzügyi teljesítés rendben van, de hosszabb távon nem biztosított.

CCC,CC,C: Magas hitelkockázat, a pénzügyi nem teljesítés reális esély, csupán igen kedvező gazdasági környezet esetén lehet megtérülésre számítani.

DDD,DD,D: Államcsőd, az állam fizetéseképtelen, a fokozatok a kilábalási esélyeket értékelik.

A kategóriákon belül – néhány kategória kivételével – a (+,-) jelzések további a minősítések további finomítását teszik lehetővé. A legjobb kategóriától a BBB-ig haladva (azt is beleértve) terjednek a befektetési kategóriák, BB-től pedig kezdődnek a spekulatív kockázatúnak bélyegzett minősítések.

3. Adatok, indexhozamok értelmezése

A vizsgálat során 37 különböző nemzetközi tőzsdeindex hozamának alakulását vizsgáltam meg. A tőzsdeindex adatokat⁹ 1998 április 30-tól 2002 február 20-ig vettem figyelembe. Ez indexenként 990, összesen 36 631 árfolyamadatot jelent. Tekintettel arra, hogy az ünnepnapok – így a tőzsdei szünnapok – országonként jelentős eltérést mutatnak, több helyen kellett átlagolásos adatpótlást végezni. Az adatpótlások aránya így is alig haladja meg a 6,5 százalékot. Az alábbi táblázat tartalmazza a vizsgált 37 országot reprezentáló indexek egységes nemzetközi kódját, Fitch IBCA minősítését, valamint a GDP és a kapitalizáció részarányait. A GDP és kapitalizáció részarányai vonatkozásában forrásul Jorion és Goetzmann (JORION, GOETZMANN [1999]) tanulmánya szolgált. A részarányok kiszámításához az adatok USA dollár bázison kerültek figyelembe vételre.

Ország	Tőzsdeindex kódja	Fitch IBCA minősítés (2003)	GDP arány (1990)	Tőzsdei kapitalizáció arány (1995)	Megjegyzés
(A)					
USA	GSPC	AAA	30.59%	41.03%	
Japán	N225	AA	16.24%	23.19%	
Egyesült Királyság	FTSE100	AAA	5.41%	8.77%	
Németország	GDAXI	AAA	8.29%	3.75%	
France	FCHI	AAA	6.61%	3.27%	
Svájc	SSMI	AAA	1.25%	2.60%	
Kanada	TSE	AA+	3.17%	2.16%	
Hollandia	AEX	AAA	1.57%	1.97%	
Ausztrália	AORD	AA	1.63%	1.59%	
Brazília	BVSP	BB-	2.66%	0.96%	
India	BSESN	BB	1.68%	0.82%	
Belgium	BEI	AA-	1.09%	0.66%	
Mexikó	MXB	BBB-	1.34%	0.59%	
Chile	IPSA	A-	0.15%	0.48%	
Fülöp szigetek	PSI	BB+	0.24%	0.38%	
Dánia	KFX	AA+	0.72%	0.37%	
Finnország	HEX	AAA	0.76%	0.26%	
Ausztria	ATX	AAA	0.87%	0.24%	
Argentína	MERV	DDD	0.78%	0.24%	
Izrael	TA100	A-	0.29%	0.24%	
Portugália	BVL30	AA	0.33%	0.12%	
Görögország	ATG	A	0.37%	0.11%	
Csehország	PX50	BBB+	0.25%	0.10%	Szlovákiával együtt
Peru	IGSA	BB-	0.20%	0.09%	
Egyiptom	CCSI	BBB-	0.31%	0.05%	
Magyarország	BUX	A-	0.18%	0.02%	
Venezuela	IBC	B+	0.27%	0.02%	
Szlovákia	SAX	BB+			id. Csehország
Egyéb, a jelen értekezésben nem szereplő országok					
Összesen			12.75%	5.93%	
(B)			100.00%	100.00%	
Indonézia	JKSE	B-	n.a.	n.a.	
Törökország	XU100	B	n.a.	n.a.	
Oroszország	MTMS	B+	n.a.	n.a.	
Thaiföld	SETI	BBB-	n.a.	n.a.	
Malaysia	KLSE	BBB	n.a.	n.a.	
Kína	SSEC	A-	n.a.	n.a.	
Taiwan	TWII	A+	n.a.	n.a.	
Hon Kong	HSI	AA-	n.a.	n.a.	
Szingapúr	STI	AA+	n.a.	n.a.	

2.sz.táblázat: Vizsgált tőzsdeindexek, minősítések, GDP- és tőzsdei kapitalizáció arányok

⁹ A tőzsdeindex adatokat, valamint a később figyelembe vett árfolyamadatokat a Yahoo Finance internetes szolgáltató oldalairól gyűjtöttem le.

A hivatkozott Jorion-Goetzmann tanulmány által vizsgált értékpapírtőzsdéket – kapitalizáció szerint – mintegy 94 százalékban lefedi a későbbi empirikus vizsgálat. Ezt mutatja be a fenti táblázat (A) része. Vizsgálatra kerül azonban 9 olyan tőzsdeindex is, melyek a Jorion-Goetzmann tanulmányban nem szerepelnek, így ezekről nincs adat. Ezeket a fenti táblázat (B) része illusztrálja. Összességében elmondható, hogy a világ tőzsdei működésének meghatározó részét fedi le jelen értekezés empirikus kutatási része.

Adott tőzsdeindex hozamainak számításakor a következő formula került alkalmazásra.

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t e_t}{P_{t-1} e_{t-1}}\right), \quad (15)$$

ahol

P_t = t időpontbeli tőzsdeindex árfolyam,

e_t = t időpontbeli USD (USA dollár) árfolyam,

r_t = t időpontbeli tőzsdeindex-hozam USD-re átszámolva.

Annak érdekében tehát, hogy a különböző nemzetközi hozam adatok jellemzőit össze tudjuk mérni, szükségessé vált, hogy azonos devizabázison elemezzük őket. Ennek jogosságát egy példával világítjuk meg. Tegyük fel, hogy két különböző tőzsdeindex hozamainak eloszlása normális, várható értékük, szórásuk – mely ebben az esetben a hozamingadozásból adódó kockázatot jól fejezi ki – azonos. Amennyiben egyik befektetésünk CHF-ben (Svájci Frank), a másik pedig egy jelentősen nagyobb volatilitású devizában van (pl. orosz rubel), nem mondhatjuk, hogy kockázatuk megegyezik. Amennyiben a vizsgált időszak alatt a két tőzsdeindex devizanemének árfolyama megváltozik, nem beszélhe-

tünk azonos kockázati szintről. A befektetők – mind a magánszemélyek, mind pedig az intézményiek – könyvelési, pozíció-nyilvántartási rendszere minden esetben egy-egy konkrét valutánemhez kötődik. Ebből adódóan amennyiben ettől a valutánemtől eltérő befektetést eszközölnék, a megtérülés számításakor figyelembe kell venniük a devizaárfolyam változásának hatásait. Két eltérő devizájú befektetés hozamainak jellemzőit csak azonos devizabázison tudjuk tehát összevetni. A nemzetközi valutáris rendszer fő jellemzőit figyelembe véve elmondhatjuk, hogy az értékmérő szerepkörében hosszú idő óta, mind a mai napig az USD szinte az egyetlen használatos eszköz. 1992-ben a világ nemzetközi kereskedelmének 47,2 %-a USA dollárban bonyolódott. A jegybankok tartalékait 61%-ban USD-ben képezték 1997-ben (LŐRINCZNÉ [1999]). Mindezek indokolják az USD referencia valutánemként való alkalmazását, így a hozamadatokat USA dollár bázison hasonlítom össze.

III. RÉSZ: Egyedi indexhozam-eloszlások elemzése

1. Modellezés normális eloszlással

1.1. A normalitás jelentősége

A hozameloszlások első, alapvető fontosságú modellje a Bachelier (BACHELIER, [1900]) tanulmány alapján megalkotott normális hozameloszláson alapuló modell. Ebben a modellben – egyes fizikai rendszerek részecskéi véletlen bolyongásának analógiája alapján – a tőkepiaci hozamok normális eloszlást követnek.

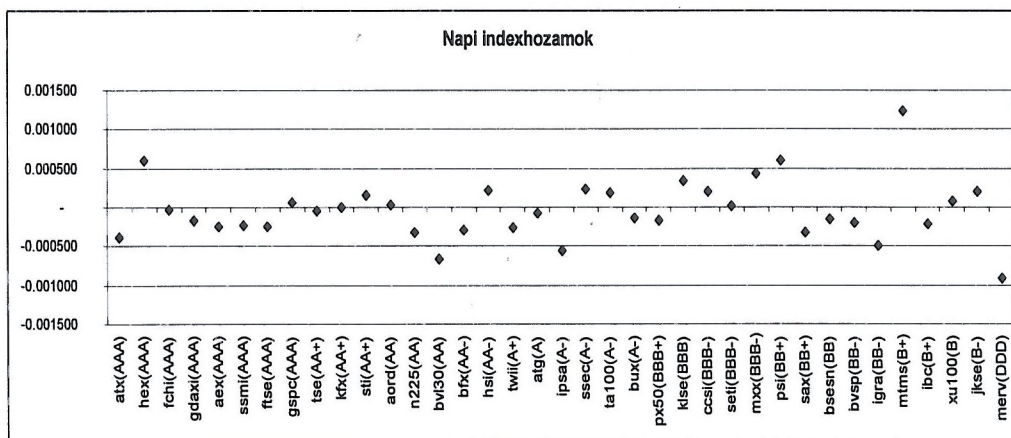
A tőkepiacokon a normalitás feltételezése mellett szólhat azon megfontolás is, hogy egy papír adott időpontbeli árfolyamát, hozamát számos, egyszerre ható tényező határozza meg. Ezen tényezőket egy-egy valószínűségi változónak tekintve, valamint feltevé, hogy összeadódva határozzák meg az adott instrumentum hozamait, a központi határeloszlási tétel alapján a hozamok normalitása feltehető. A központi határeloszlási tétel pénzügyi területen történő alkalmazásának jó bemutatását adja könyvében Bouchaud és Potters (BOUCHAUD, POTTERS [2000]).

Számos empirikus kutatás rámutatott arra, hogy tőzsdei hozamok esetében a normalitás hipotézise legtöbbször elvetendő, elsősorban az eloszlások szélein megjelenő magas hozamgyakoriságok miatt. A „fat-tail” probléma kutatása ugyanakkor nem tekint vissza hosszú múltra, a vastag eloszlásszél (fat tail) indexszel történő modellezését Hill (HILL [1975]) mutatta be elsők között. Empirikus adatokon alkalmazott vastag eloszlásszélekkel kapcsolatos modelleket találhatunk Koedjik, Stork, De Vries, Schafgans, (KOEDJIK, SCHAFGANS, DE VRIES, [1990]), (KOEDJIK, STORK, DE VRIES [1992]), valamint Lux és Varga (LUX, VARGA [1996]) tanulmányaiban. A hozameloszlások szimmetriájának kérdése még inkább megosztja a kutatókat. Szimmetria, aszimmetria kutatások eredményeit találhatjuk meg Lau és Wingender tanulmányában (LAU, WINGENDER, LAU [1989]), valamint az aszimmetria CAPM mo-

debbé történő beépítését mutatja be az olasz Gamba és Rossi szerzőpáros (GAMBA, ROSSI [1998]).

1.2. Indexhozamok várható értéke

A vizsgált napi indexhozamok várható értékeit illusztrálja az alábbi ábra¹⁰.



2.sz.ábra: Napi indexhozamok várható értékei

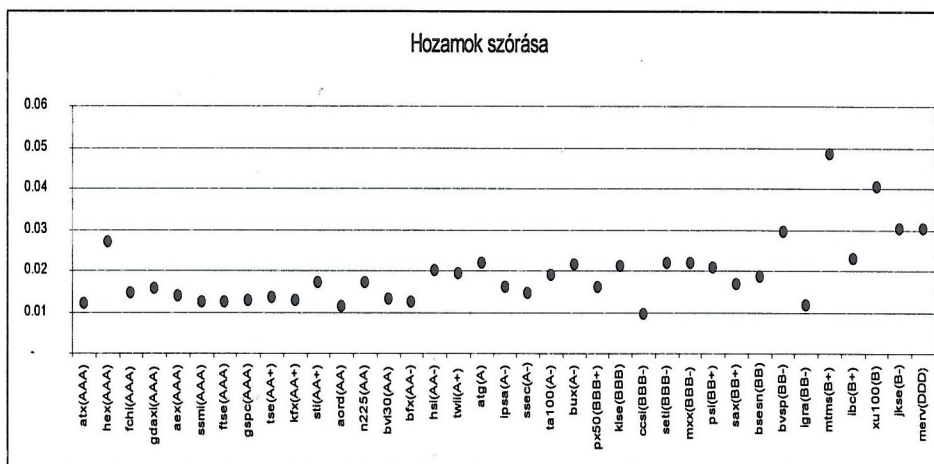
A napi indexhozamok várható értékei esetében megállapítható, hogy azok az estek többségében negatívak voltak, az adatok mintegy 60 százaléka zérus alatti. A jobb és a rosszabb minősítések esetén egyaránt találkozhatunk negatív hozamokkal. Ez a jelenség tőkepiaci modellek tesztelése során meglehetősen nagy problémát jelentene, viszont az értekezés kockázati megközelítésének szempontjából előnyös, hiszen egy recessziós, vagy válságokkal tarkított időszak esetében a kockázatok értelmezése, helyes kockázatmértékek kiválasztása, eloszlásjellemzők vizsgálata különösen fontossá válik. Fontos megjegyezni, hogy az 1998-as orosz válság időszakát is érintik a vizsgált hozam adatok. 1998-ban a világ USA dollárban számított GDP-je több, mint 1 százalékkal az 1995-ös szint alá esett.¹¹

¹⁰ Az ábrákon és táblázatokban az indexek minősítések szerint csoportosítva, sorba rendezve szerepelnek, nevük mellett pedig 2002. február 20-i Fitch IBCA minősítésük került feltüntetésre.

¹¹ Forrás: Világbank internetes adatbázisa

1.3. Kockázat normalitás mellett

A hozam adatok normális eloszlását feltételezve a befektető kockázatát a hozamok varianciája, illetve szórása méri. Esetünkben az indexhozamok szórását az alábbi ábra szemlélteti.

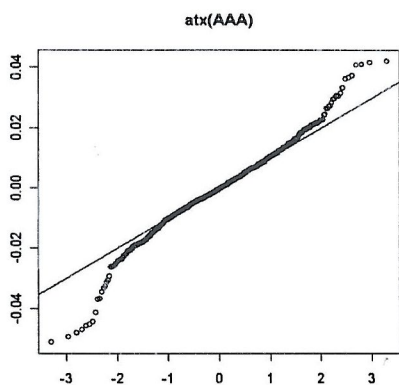


3.sz. ábra: Indexhozamok szórása

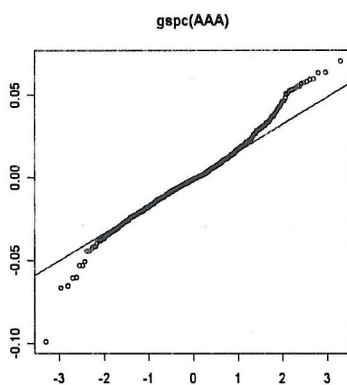
A szórás adatokra jellemző, hogy a minősítések romlásával a szórás általában növekszik. Egyetlen kiugró esetet leszámítva a legjobb minősítésű indexek szórása az A kategóriáig a (0,01;0,02) intervallumban helyezkedik el. A BB- kategóriától pedig megjelennek a 0,03 feletti szórások. Normalitást feltételezve tehát elmondhatjuk, hogy az árfolyam-ingadozásból adódó kockázat, melyet ennél az eloszlástípusnál a szórás testesít meg, a minősítések romlásával általában növekszik.

1.4. Normalitás tesztelése

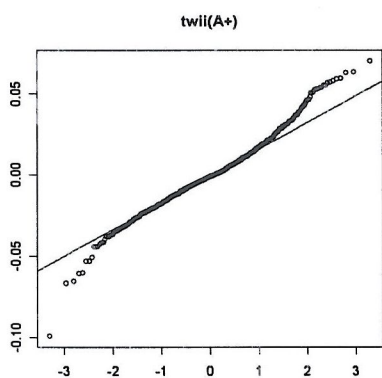
A normalitás tesztelésére számos grafikus eljárás és jó néhány statisztikai próba áll rendelkezésre. A grafikus eljárások közül az alábbiakban az ún. kvantilis-módszer kerül bemutatásra, mely az elméleti normális eloszlás kvantiliseit hasonlítja össze az empirikus eloszlás kvantiliseivel. Néhány véletlenszerűen kiválasztott indexhozamra, valamint egy véletlenszerűen generált standard normális eloszlású változóra készültek el a következő ábrák.



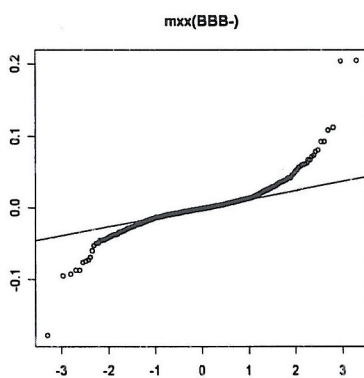
4.sz.ábra: atx(AAA) index kvantilis ábrája



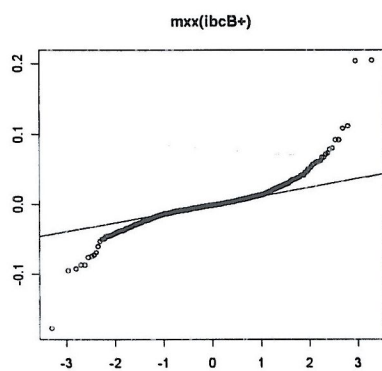
5.sz.ábra: gspc(AAA) index kvantilis ábrája



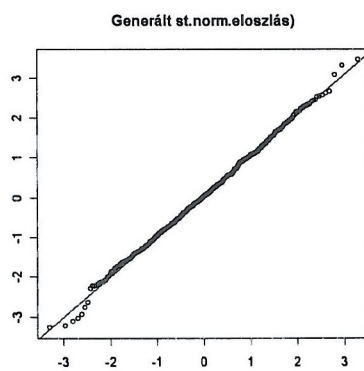
6.sz.ábra: twi(A+) index kvantilis ábrája



7.sz.ábra: mxx(BBB-) index kvantilis ábrája



8.sz.ábra: ibc(B+) index kvantilis ábrája



9.sz.ábra: Stand. Norm. változó kvantilis ábrája

Az ábrákból egyértelműen látható, hogy a hozameloszlások eloszlásszélei számottevően eltérnek a normális eloszlás eloszlásszéleitől, azaz a kiugró hozamok valószínűsége jóval nagyobb, mint ahogy azt a normális eloszlás indokolná.

Az összes indexhozamra elvégzett Shapiro-Wilk normalitás próba minden esetben a normalitás hipotézisének elvetéséhez vezetett. A véletlenszerűen generált standard normális változó teszt p-értéke 0,4977-es szignifikancia szintet mutatott. Az indexek esetében ez az érték nagyságrendekkel 0,01 alatt maradt.

Mind a grafikus módszerek, mind pedig az elvégzett normalitás próbák alapján állítható, hogy az indexhozamok nem normális eloszlásúak.

1.5. Eltérés a normális eloszláshoz képest

A fenti elemzés megmutatta, hogy az indexhozamok az eloszlásszéleken lévő relatíve magas gyakoriságok miatt eltérnek a normális eloszlástól. Arra azonban nem kaptunk választ, hogy az eltérés indexenként milyen jellegű és milyen mértékű. Egy eloszlás normálistól való eltéréseinek mérésére a ferdeség és kurtózis mutatókat definiálja a szakirodalom. Az aszimmetriát és leptokurtikusságot az alábbi becslőfüggvényekkel közelíthetjük:

$$\hat{S} = 1/(n\hat{\sigma}^3) \sum_{i=1}^n (r_i - \hat{\mu})^3 \quad (16)$$

$$\hat{K} = 1/(n\hat{\sigma}^4) \sum_{i=1}^n (r_i - \hat{\mu})^4 \quad (17)$$

ahol

\hat{S} = ferdeségi koefficiens, normalitás esetén értéke nulla, negatív, illetve pozitív előjele jelzi a bal, illetve jobboldali aszimmetriát,

\hat{K} = csúcsossági koefficiens, normalitás esetén értéke 3, az e feletti értékek azt jelzik, hogy az eloszlás csúcsosabb a normálisnál,

n = vizsgált hozamok száma,

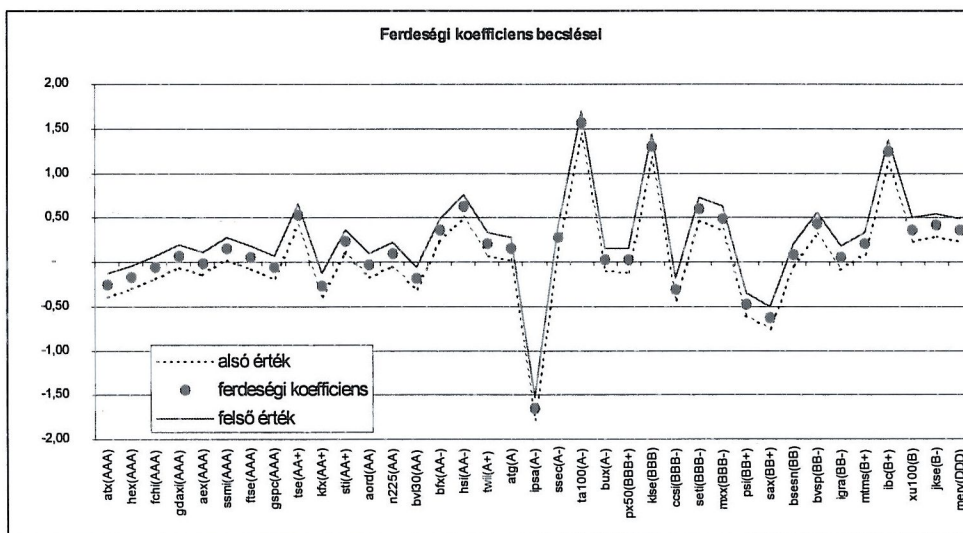
$\hat{\mu}$ = hozamok becsült várható értéke,

$\hat{\sigma}$ = hozamok becsült szórása.

A \hat{S} -et és \hat{K} -t normális eloszlású valószínűségi változónak feltételezve, a becsült értékek köré konfidencia intervallum szerkeszthető, a ferdeségi koefficiens esetében $\sqrt{6/n}$, a csúcosság koefficiens esetén pedig $\sqrt{24/n}$ standard hiba figyelembe vételével. A 95%-os megbízhatósági szinten az alábbi ferdeségi koefficiens becsléseket kaptuk:

	alsó érték	ferdeségi koefficiens	felső érték		alsó érték	ferdeségi koefficiens	felső érték
atx(AAA)	- 0,386	- 0,258	- 0,130	ssec(A-)	0,150	0,278	0,406
hex(AAA)	- 0,296	- 0,168	- 0,039	ta100(A-)	1,442	1,570	1,698
fchl(AAA)	- 0,189	- 0,061	0,067	bux(A-)	- 0,098	0,030	0,158
gdaxi(AAA)	- 0,057	0,071	0,199	px50(BBB+)	- 0,105	0,023	0,151
aex(AAA)	- 0,140	- 0,012	0,116	klse(BBB)	1,178	1,306	1,434
ssmi(AAA)	0,023	0,151	0,279	ccsi(BBB-)	- 0,439	- 0,311	- 0,182
ftse(AAA)	- 0,075	0,053	0,182	seti(BBB-)	0,473	0,601	0,729
gspc(AAA)	- 0,187	- 0,058	0,070	mxx(BBB-)	0,367	0,495	0,623
tse(AA+)	0,407	0,535	0,663	psi(BB+)	- 0,608	- 0,480	- 0,352
kfx(AA+)	- 0,387	- 0,259	- 0,131	sax(BB+)	- 0,760	- 0,632	- 0,503
sti(AA+)	0,112	0,240	0,368	bsebn(BB)	- 0,045	0,083	0,211
aord(AA)	- 0,161	- 0,033	0,095	bvsp(BB-)	0,304	0,432	0,560
n225(AA)	- 0,036	0,092	0,220	igra(BB-)	- 0,077	0,051	0,179
bvl30(AA)	- 0,314	- 0,186	- 0,057	mtms(B+)	0,081	0,209	0,337
bfx(AA-)	0,239	0,367	0,495	ibc(B+)	1,113	1,241	1,369
hsi(AA-)	0,505	0,633	0,761	xu100(B)	0,241	0,369	0,497
twii(A+)	0,075	0,203	0,331	jkse(B-)	0,294	0,422	0,550
atg(A)	0,027	0,155	0,283	merv(DDD)	0,235	0,363	0,491
ipsa(A-)	- 1,779	- 1,651	- 1,523				

3.sz.táblázat: Ferdeségi koefficiens becslései

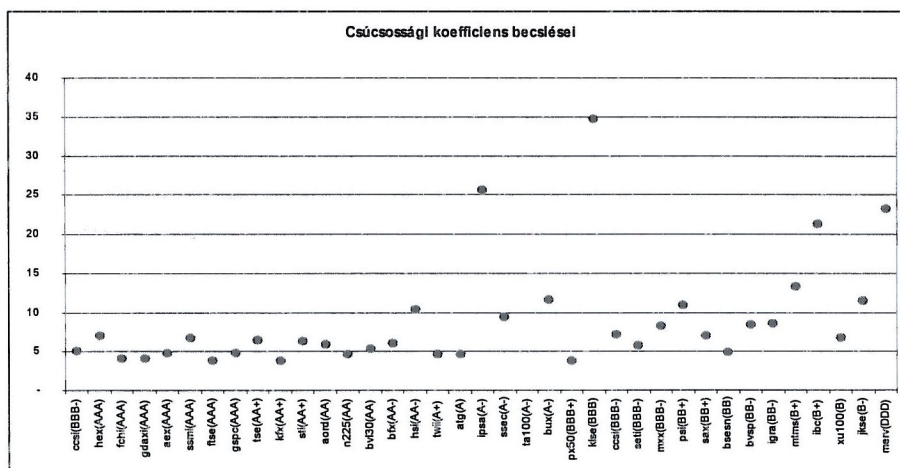


10. sz. ábra: Ferdeségi koefficiens becslései

A ferdeségi koefficiensek esetében megállapíthatjuk, hogy mintegy az esetek harmadában 95%-os megbízhatósági szinten nem utasítható el a szimmetria hipotézise. Az adatokból az is látszik, hogy a minősítések romlásával a ferdeségi koefficiensek értékeinek ingadozása nő. Amíg az A minősítési kategóriáig az értékek mintegy 89 százaléka esik a $(-0,5; +0,5)$ intervallumba, addig az A-nál rosszabb minősítések esetén a tartalmazási valószínűség nem éri el a 69 százalékot. A csúcsossági koefficiens becslések eredményét az alábbi táblázat, illetve ábra mutatja:

	alsó érték	csúcsossági koefficiens	felső érték		alsó érték	csúcsossági koefficiens	felső érték
ccsi(BBB-)	4,71	4,97	5,23	ssec(A-)	9,12	9,38	9,64
hex(AAA)	6,67	6,93	7,19	ta100(A-)	109,78	110,04	110,30
fchi(AAA)	3,77	4,03	4,29	bux(A-)	11,33	11,59	11,85
gdaxi(AAA)	3,83	4,09	4,35	px50(BBB+)	3,55	3,81	4,07
aex(AAA)	4,52	4,78	5,04	klse(BBB)	34,38	34,64	34,90
ssmi(AAA)	6,41	6,67	6,93	ccsi(BBB-)	6,82	7,08	7,34
ftse(AAA)	3,50	3,76	4,02	seti(BBB-)	5,46	5,72	5,98
gspe(AAA)	4,54	4,80	5,06	mxx(BBB-)	8,05	8,31	8,57
tse(AA+)	6,16	6,42	6,68	psi(BB+)	10,67	10,93	11,19
kfx(AA+)	3,55	3,81	4,07	sax(BB+)	6,67	6,93	7,19
stl(AA+)	5,99	6,25	6,51	bsean(BB)	4,60	4,86	5,12
aord(AA)	5,55	5,81	6,07	bvsp(BB-)	8,08	8,34	8,60
n225(AA)	4,38	4,64	4,90	igra(BB-)	8,31	8,57	8,83
bvl30(AA)	5,01	5,27	5,53	mtms(B+)	13,09	13,35	13,61
bfx(AA-)	5,79	6,05	6,31	lbc(B+)	21,06	21,32	21,58
hsi(AA-)	10,15	10,41	10,67	xu100(B)	6,43	6,69	6,95
twil(A+)	4,34	4,60	4,86	jkse(B-)	11,23	11,49	11,75
atg(A)	4,38	4,64	4,90	merv(DDD)	22,90	23,16	23,41
ipsa(A-)	25,32	25,58	25,84				

4. sz. táblázat: Csúcsossági koefficiens becslései



11.sz. ábra: Csúcsossági koefficiens becslései

A csúcossági koefficiensek értékei minden esetben szignifikánsan meghaladják a normális eloszlásra jellemző 3-as értéket. Ez is megerősíti azon feltételezésünket, hogy az indexhozamok nem normális eloszlásúak. A csúcossági koefficiens értékeiről elmondható, hogy a minősítés romlásával általában nőnek. Nő a koefficiens ingadozása is a rosszabb minősítésű indexek felé haladva. AA- minősítésig 7 alatt van a koefficiens értéke, ennél rosszabb minősítések esetén jóval nagyobb értékek is előfordulnak.

1.6. Kockázat a normalitástól való eltérés esetén

Amennyiben egy hozameloszlás szignifikánsan eltér a normális eloszlástól, a szórás, illetve variancia mint mutatók nem képesek megfelelően leírni az árfolyam-ingadozásból adódó kockázatot. A pozitív, bal oldali aszimmetria, illetve a 3-nál magasabb csúcosság a szóráson kívül extra kockázatot jeleznek a befektető számára.

1.7. Koefficiensek eloszlása és variancia-kovariancia struktúrája

A teljes mintát két almintára – befektetési, illetve spekulatív kategória – osztva Shapiro-Wilk normalitáspróbát végeztem. Amíg a befektetési kategóriák esetében 1 százalékos szignifikancia szinten a szórás és a ferdeségi koefficiens értékek normális eloszlást mutatnak, addig a csúcossági koefficiensek normális eloszlásának hipotézisét el kell utasítanunk. A spekulatív kategóriák esetében mindhárom esetben megállapítható, hogy a koefficiensek normális eloszlást követnek 1 százalékos szignifikancia szinten.

A koefficiensek variancia-kovariancia struktúráját illusztrálja a következő két táblázat.

	<i>Szórás</i>	<i>Ferdeség</i>	<i>Csúcosság</i>
Szórás	0.00002		
Ferdeség	0.00062	0.23879	
Csúcosság	0.00794	0.23055	46.82599

5. sz. táblázat: Befektetési kategóriába tartozó részvényindex-hozamok eloszlásai koefficienseinek variancia-kovariancia struktúrája

	Szórás	Ferdeség	Csúcsosság
Szórás	0.00011		
Ferdeség	0.00163	0.24325	
Csúcsosság	0.01173	1.59910	34.27293

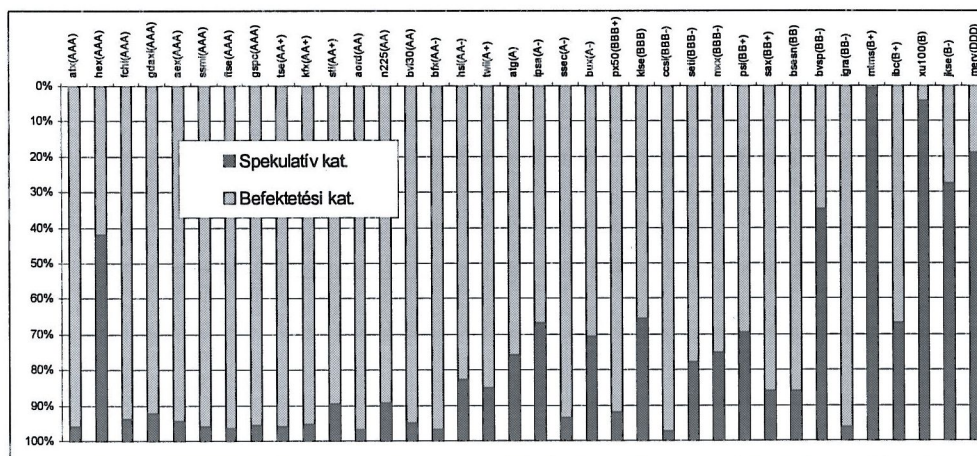
6. sz. táblázat: *Spekulatív kategóriába tartozó részvényindex-hozamok eloszlásai koef-
ficienseinek variancia-kovariancia struktúrája*

A fentiekből látható, hogy a két alminta variancia-kovariancia struktúrája hasonló, va-
lamint az almintánkénti koeficiensek egy eset kivételével normális eloszlást követnek.
A variancia-kovariancia struktúra azonossága, hasonlósága, valamint a normalitás
almintánkénti megléte feltételei annak, hogy elemzésünket diszkriminancia analízissel
is ki tudjuk egészíteni.

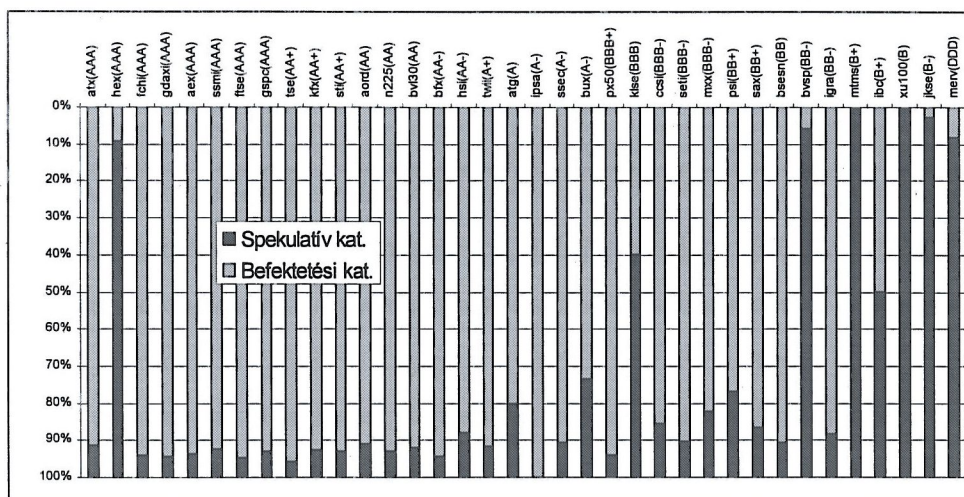
1.8. Befektetési és spekulatív kategóriák elkülönítése

Lineáris és kvadratikus diszkriminancia-analízis módszerével megkíséreltem tesztelni
azt, hogy a második, harmadik, illetve a negyedik momentumok jelentősen különböz-
nek-e a befektetési kategória és a spekulatív kategória esetében.

Az extrém kurtózis értéket mutató ta100(A-) index figyelmen kívül hagyásával kapott
eredményeket az alábbi ábrák illusztrálják.



12.sz. ábra: *Lineáris diszkriminancia-analízis eredményei*



13.sz. ábra: Kvadratikus diszkriminancia-analízis eredményei

Az ábrák a lineáris, illetve kvadratikus diszkriminancia-analízis indexekre számított "a posteriori" valószínűségeit mutatják. Az indexek közül az első 26 tartozik valójában a befektetési kategóriába, a becslt eredmények alapján 25 került ebbe a kategóriába. Az utolsó 10 index tartozik valójában a spekulatív kategóriába, melyek közül a lineáris metódus 5-öt, a kvadratikus pedig 6-ot "minősített" spekulatívnak. A kvadratikus eljárás eredményeit mutatja be az alábbi klasszifikációs mátrix.

Tényleges Becsült	Tényleges	
	Befektetési	Spekulatív
Befektetési	69,4%	11,1%
Spekulatív	2,8%	16,7%

7.sz. táblázat: Kvadratikus diszkriminancia-analízis klasszifikációs mátrixa

A táblázat alapján láthatjuk, hogy az esetek több mint 86 százalékában megmagyarázzák a momentumok az ország minősítések két alapvető kategóriáját.

2. Modellezés stabil eloszlással

2.1 Stabil eloszláscsalád jellemzői

A stabil Pareto-Lévy, vagy más néven stabil eloszlások (LÉVY [1924]) kiváló lehetőséget teremtenek arra, hogy a hozameloszlások aszimmetriáját és csúcsosságát – ezzel együtt az eloszlásszélek vastagságát – modellezzük. A stabil eloszláscsaládot tekinthetjük a normális eloszlás egyfajta általánosításának is. A normális eloszlástól különböző esetekben az eloszlásszélekbe eső gyakoriságok – a paraméterezéstől függő mértékben, – nagyobbak, mint a normális eloszlás esetében. Valójában ez a fajta eltérés oly mértékű, hogy az eloszlásnak csupán az első momentuma létezik, a magasabb momentumok (pl. variancia) már nem léteznek. Mindez azt jelenti, hogy a mintából becsült szórás és kurtózis értékek a minta elemszámának növekedésével nem konvergálnak egy-egy konkrét értékhez, hanem a végtelenbe tartanak.

A második, vagy annál magasabb rendű momentumok nem létezése igencsak megkérdőjelezi a különböző várható érték/ variancia modellek (pl. CAPM – modell, Indexmodellek, stb.) alkalmazhatóságát a tőkepiaci hozamok modellezése terén, el kell fogadnunk azt a tényt, hogy amennyiben a hozameloszlásokat a stabil eloszláscsaláddal modellezzük, nem leszünk konzisztensek a CAPM modellekkel.

A stabil eloszlások alkalmazását nehezíti az a tény, hogy sűrűségfüggvényük három speciális esetet kivéve nem adható meg zárt függvény formájában. Az eloszlást leíró $\varphi(t)$ karakterisztikus függvény logaritmusát X valószínűségi változó esetén az alábbi formula adja meg:

$$\log \varphi(t) \equiv \log E[e^{itX}] = i\delta t - \gamma \cdot |t|^\alpha [1 - i\beta \operatorname{sgn}(t) \tan(\alpha\pi/2)], \quad (18)$$

ahol az $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ paraméterek jellemzik az adott eloszlást. Az $\alpha \in (0, 2]$ exponenciális paraméter jellemzi a csúcsosságot, valamint az eloszlásszélek vastagságát, a

$\beta \in (-\infty, +\infty)$ ferdeségi paraméter mutatja az eloszlás aszimmetriáját, a $\gamma \in (0, +\infty)$ skálaparaméter írja le az eloszlás szétterjedését, a valószínűségi változó szóródását, a $\delta \in (-\infty, +\infty)$ helyzeti, vagy lokációs paraméter pedig az eloszlás helyzetét határozza meg.

$\beta=0$ esetben szimmetrikus eloszlásokhoz jutunk. Akkor is szimmetrikus lesz az eloszlás, ha $\alpha=2$, β értékétől függetlenül. Amennyiben $\alpha=2$, és $\beta=0$ *normális eloszláshoz* jutunk. Az α paraméter csökkenésével az eloszlásszélek vastagodnak, az eloszlás egyre csúcsosabbá válik. $\alpha=1$, és $\beta=0$ esetén kapjuk a *Cauchy* eloszlást. Az α paraméter további csökkenése esetén már az első rendű momentum, tehát a várható érték sem létezik. A β ferdeségi paraméter jelentősége, súlya az α paraméter csökkenésével növekszik. $\alpha=1/2$, $\beta=1$, $\gamma=1$, $\delta=0$ esetben jutunk a *Bernoulli* eloszláshoz. Csupán a fenti három speciális esetben adható meg az eloszlások sűrűségfüggvénye zárt alakban.

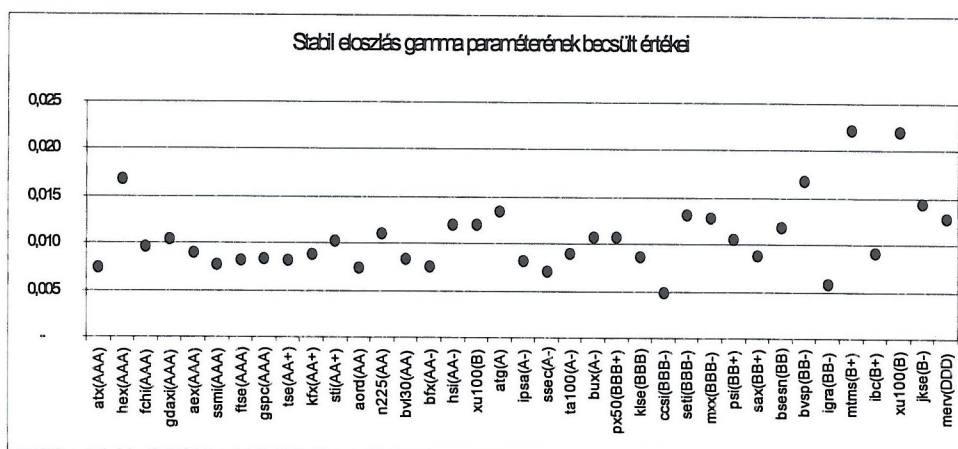
2.2. Paraméterbecslések eredménye

A paraméterbecslések során egyrészt arra keressük a választ, hogy a tőzsdeindexek hozamai szignifikánsan aszimmetrikusak-e, illetve rendelkeznek-e vastag eloszlásszélekkel. Amennyiben a β paraméter értéke szignifikánsan eltér a 0-tól, illetve amennyiben az α paraméter értéke szignifikánsan kisebb mint 2, a feltett kérdésekre igen a válaszunk. Másrészt azt vizsgáljuk meg, hogy a nemzetközi minősítés és az adott tőzsdeindex hozamainak eloszlását leíró stabil eloszlási paraméterek milyen összefüggést mutatnak.

A γ paraméter (Maximum Likelihood módszerrel) becsült értékeit az alábbi táblázat, illetve grafikon szemlélteti:

Index kódja/ (Minősítés)	gamma becsült értékei	Index kódja/ (Minősítés)	gamma becsült értékei
atx(AAA)	0,007342	ssec(A-)	0,007069
hex(AAA)	0,016725	ta100(A-)	0,008939
fchi(AAA)	0,009586	bux(A-)	0,010595
gdaxi(AAA)	0,010386	px50(BBB+)	0,010590
aex(AAA)	0,008893	klse(BBB)	0,008656
ssmi(AAA)	0,007658	ccsi(BBB-)	0,004762
ftse(AAA)	0,008149	seti(BBB-)	0,013064
gspc(AAA)	0,008223	mxs(BBB-)	0,012740
tse(AA+)	0,008155	psi(BB+)	0,010495
kfx(AA+)	0,008724	sax(BB+)	0,008767
sti(AA+)	0,010258	bse sn(BB)	0,011706
aord(AA)	0,007256	bvsp(BB-)	0,016669
n225(AA)	0,010978	igra(BB-)	0,005732
bvl30(AA)	0,008270	mtms(B+)	0,022091
bfx(AA-)	0,007496	ibc(B+)	0,009120
hsi(AA-)	0,011937	xu100(B)	0,021973
xu100(B)	0,011915	jkse(B-)	0,014341
atg(A)	0,013308	merv(DDD)	0,012685
ipsa(A-)	0,008097		

8.sz.táblázat: Stabil eloszlás gamma paraméterének becslései



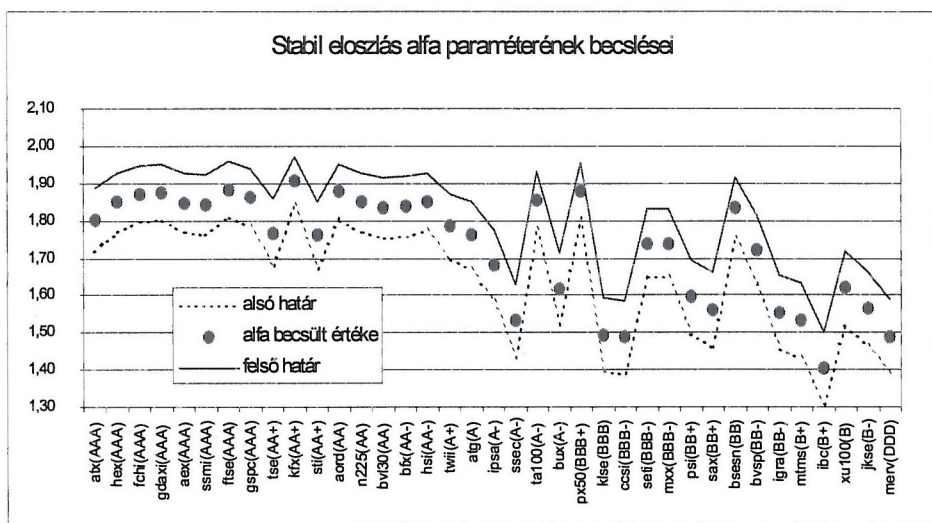
14. sz. ábra: Stabil eloszlás gamma paraméterének becslései

A γ paraméterek becsült értékei viszonylagos stabilitást mutatnak az AA- kategóriáig, egy kirívó eset kivételével a 0,01 érték körül ingadoznak. A minősítések fokozatos romlásával a becsült γ értékek ingadozása nő, a változásának trendje pedig növekvő. Mindez azt jelenti, hogy az indexhozamok szóródása általában növekszik a minősítés romlásával.

Az α paraméter becslt értékeit, valamint a 95 %-os megbízhatósági szint mellett számított konfidencia intervallumokat az alábbi táblázat, illetve grafikon szemlélteti:

	alsó határ	alfa becsült értéke	felső határ		alsó határ	alfa becsült értéke	felső határ
abx(AAA)	1,72	1,80	1,89	ssec(A-)	1,43	1,53	1,63
hex(AAA)	1,77	1,85	1,93	ta100(A-)	1,78	1,85	1,93
fchi(AAA)	1,80	1,87	1,95	bux(A-)	1,52	1,62	1,71
gdaxi(AAA)	1,80	1,88	1,95	px50(BBB+)	1,81	1,88	1,95
aex(AAA)	1,77	1,85	1,93	klse(BBB)	1,40	1,49	1,59
ssmi(AAA)	1,76	1,84	1,92	ccsi(BBB-)	1,39	1,49	1,59
ftse(AAA)	1,81	1,88	1,96	seti(BBB-)	1,65	1,74	1,83
gspc(AAA)	1,79	1,86	1,94	mxx(BBB-)	1,65	1,74	1,83
tse(AA+)	1,68	1,77	1,86	psi(BB+)	1,50	1,60	1,69
kfx(AA+)	1,84	1,91	1,97	sax(BB+)	1,46	1,56	1,66
sti(AA+)	1,67	1,76	1,85	bsesn(BB)	1,76	1,84	1,92
aord(AA)	1,80	1,88	1,95	bvsp(BB-)	1,63	1,72	1,81
n225(AA)	1,77	1,85	1,93	igra(BB-)	1,45	1,55	1,65
bvl30(AA)	1,75	1,83	1,91	mtms(B+)	1,43	1,53	1,63
bfx(AA-)	1,76	1,84	1,92	ibc(B+)	1,31	1,40	1,50
hsi(AA-)	1,77	1,85	1,93	xu100(B)	1,52	1,62	1,72
twil(A+)	1,70	1,78	1,87	jkse(B-)	1,46	1,56	1,66
atg(A)	1,67	1,76	1,85	merv(DDD)	1,39	1,49	1,59
ipsa(A-)	1,58	1,68	1,78	szélső értékek	1,31		1,97

9.sz.táblázat: Stabil eloszlás alfa paraméterének becslései



15. sz. ábra: Stabil eloszlás alfa paraméterének becslései

Az α paraméter becslt értékeiből az alábbi következtetéseket vonhatjuk le. A paraméter értéke minden esetben szignifikánsan különbözik a 2-es értéktől. A konfidencia intervallumok felső határa minden esetben 2 alatt van 95%-os megbízhatósági szint

mellett. Ezek szerint tehát az eloszlások minden esetben vastagabb eloszlásszélességgel rendelkeznek, mint a normális eloszlás. Az extrém hozamértékek gyakorisága tehát nagyobb, mint a normális eloszlás esetében. Ezen eredményből következik az is, hogy az eloszlásoknak nincs második és magasabb rendű momentuma, tehát a variancia és a szórás nem létezik. A konfidencia intervallumok alsó határainak minimuma 1,3058, tehát 1-nél nagyobb. Mindez maga után vonja, hogy az első momentum, tehát a várható érték létezik.

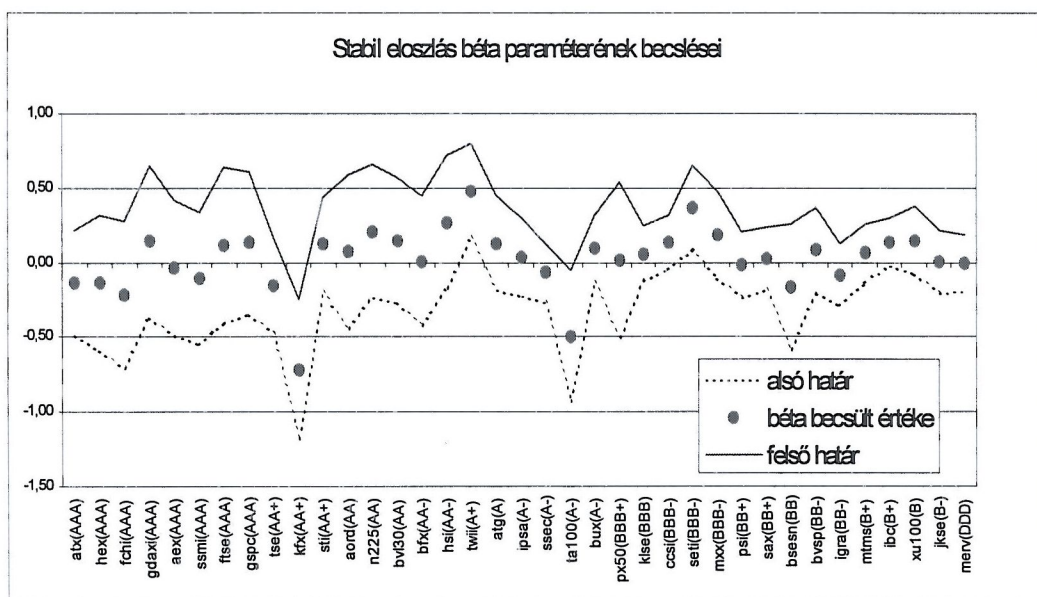
Az ábrából megállapítható még, hogy a legjobb minősítések (AAA) esetén az α értékek kezdetben stabilan tartják magukat az 1,7-1,8-as sávban, majd az „A” minősítésig lecsökkennek az 1,67-es szintig. A minősítések további romlásával (A- és gyengébbek) az α értékek ingadozása megnő, egyes indexek alfái az 1,4-1,6-os sávban ingadoznak, a többieké pedig 1,7 felett. Ezek alapján megállapíthatjuk, hogy a minősítések romlásával *általában* növekednek az α értékek. Létezik viszont a gyengébb minősítésű indexeknek egy olyan köre, ahol ezen értékek hasonlatosak a jó, illetve közepes kategóriás indexekéihez.

Az a tény, hogy az α -k szignifikánsan eltérnek a 2-es értéktől, lehetővé teszi az aszimmetria felmerülését különböző hozameloszlások esetében.

A β paraméter becsült értékeit, valamint a 95 %-os megbízhatósági szint mellett számított konfidencia intervallumokat az alábbi táblázat és grafikon szemlélteti:

	alsó határ	béta becsült értéke	felső határ		alsó határ	béta becsült értéke	felső határ
atx(AAA)	- 0,491	-0,139	0,212	ssec(A-)	- 0,264	-0,067	0,131
hex(AAA)	- 0,582	-0,130	0,322	ta100(A-)	- 0,929	-0,494	- 0,059
fchi(AAA)	- 0,705	-0,214	0,277	bux(A-)	- 0,133	0,093	0,319
gdaxi(AAA)	- 0,362	0,143	0,648	px50(BBB+)	- 0,508	0,013	0,535
aex(AAA)	- 0,489	-0,034	0,421	klse(BBB)	- 0,129	0,058	0,244
ssmi(AAA)	- 0,545	-0,105	0,336	ccsi(BBB-)	- 0,044	0,138	0,319
ftse(AAA)	- 0,405	0,119	0,643	seti(BBB-)	0,085	0,369	0,652
gspc(AAA)	- 0,343	0,133	0,609	mxx(BBB-)	- 0,105	0,189	0,482
tse(AA+)	- 0,473	-0,154	0,165	psi(BB+)	- 0,237	-0,016	0,204
kfx(AA+)	- 1,183	-0,715	0,246	sax(BB+)	- 0,183	0,026	0,234
sti(AA+)	- 0,193	0,122	0,436	bsestn(BB)	- 0,585	-0,163	0,258
aord(AA)	- 0,441	0,073	0,587	bvsp(BB-)	- 0,202	0,082	0,365
n225(AA)	- 0,239	0,209	0,656	igra(BB-)	- 0,285	-0,082	0,122
bvl30(AA)	- 0,265	0,150	0,566	mtms(B+)	- 0,136	0,063	0,261
bfx(AA-)	- 0,427	0,008	0,443	ibc(B+)	- 0,026	0,136	0,298
hsi(AA-)	- 0,175	0,270	0,715	xu100(B)	- 0,075	0,150	0,375
twii(A+)	0,165	0,480	0,795	jkse(B-)	- 0,200	0,010	0,220
atg(A)	- 0,186	0,129	0,444	merv(DDD)	- 0,190	-0,002	0,186
ipsa(A-)	- 0,220	0,039	0,297	szélső értékek	- 1,183		0,795

10. sz. táblázat: Stabil eloszlás béta paraméterének becslései

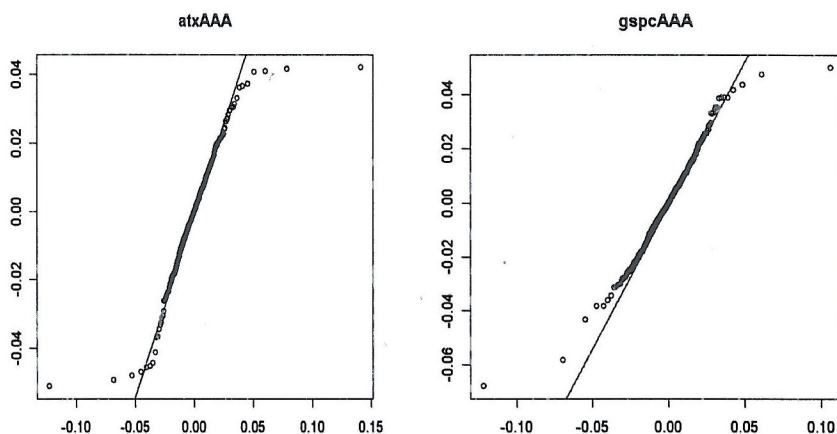


16. sz. ábra: Stabil eloszlás béta paraméterének becslései

Négy eset kivételével a β paraméterek értéke nem tér el szignifikánsan a nulla értéktől. Mindez azt jelenti, hogy nem utasítható el a szimmetria null-hipotézise 95%-os szignifikancia szinten az esetek túlnyomó többségében. Ezen kívül az ábrából megállapíthatjuk, hogy nincs kimutatható összefüggés a minősítések és a β becsült értékei között.

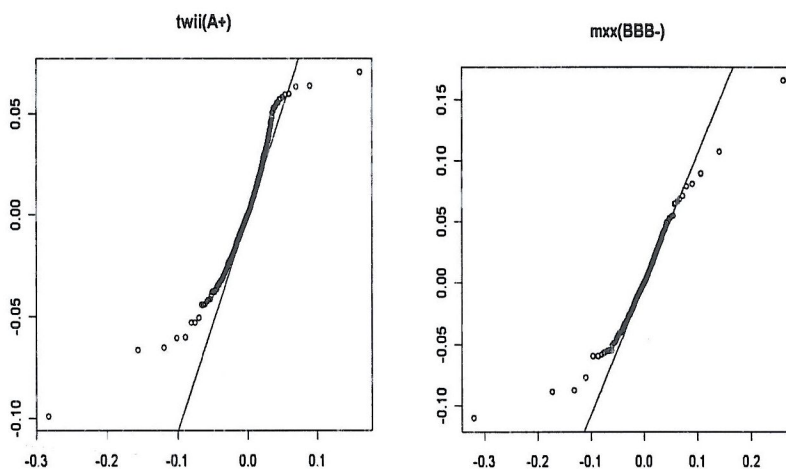
2.3. Az illesztés jósága

Az adatokra illesztett stabil eloszlások kvantilis ábráit – a korábban már kiválasztott indexek esetében – áttanulmányozva látható, hogy az eloszlásszélek esetében a normálisnál jobb illeszkedést sikerült elérnünk. Az illesztett eloszlásra jelentősen nem illeszkedő hozamok száma lényegesen kisebb.



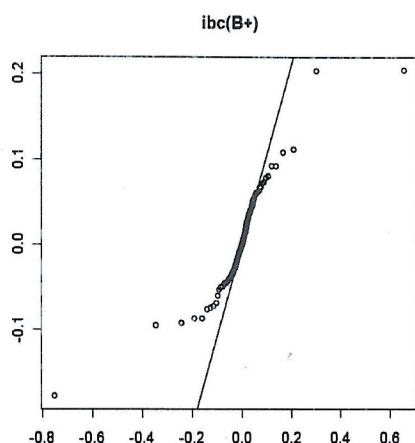
17.sz. ábra: atx(AAA) index kvantilis ábrája

18.sz. ábra: gspc(AAA) index kvantilis ábrája

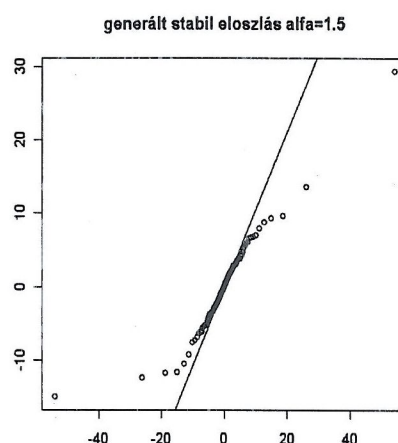


19.sz. ábra: twii(A+) index kvantilis ábrája

20.sz. ábra: mxx(BBB-) index kvantilis ábrája



21.sz. ábra: $ibc(B+)$ index kvantilis ábrája



22.sz. ábra: véletl. gen. eloszlás kvantilis ábrája

2.4. Stabil eloszlás paramétereinek eloszlása és variancia-kovariancia struktúrája

A stabil eloszlás paramétereinek almintánkénti – befektetési vs. spekulatív kategória – normalitásával kapcsolatban Shapiro-Wilk próbát végeztem. Egy százalékos szignifikancia szint mellett befektetési kategóriában a béta és gamma paraméterek normális eloszlást követnek, az alfa paraméter pedig nem. Spekulatív kategóriában mindhárom paraméter normális eloszlást követ 1 százalékos szignifikancia szinten. Az eredmények összhangban vannak a normális eloszlási koefficiensek vizsgálatánál kapott eredményekkel. A befektetési kategória csúcsossággal, vastag eloszlásszéllal kapcsolatos koefficiense, illetve paramétere kivételével mindegyik koefficiens, illetve paaraméter normális eloszlású.

A variancia-kovariancia struktúrák almintánkénti hasonlóságát az alábbi táblázatok mutatják be.

	<i>alfa</i>	<i>beta</i>	<i>gamma</i>
alfa	0.01426		
beta	- 0.00479	0.04777	
gamma	0.00007	0.00014	0.00001

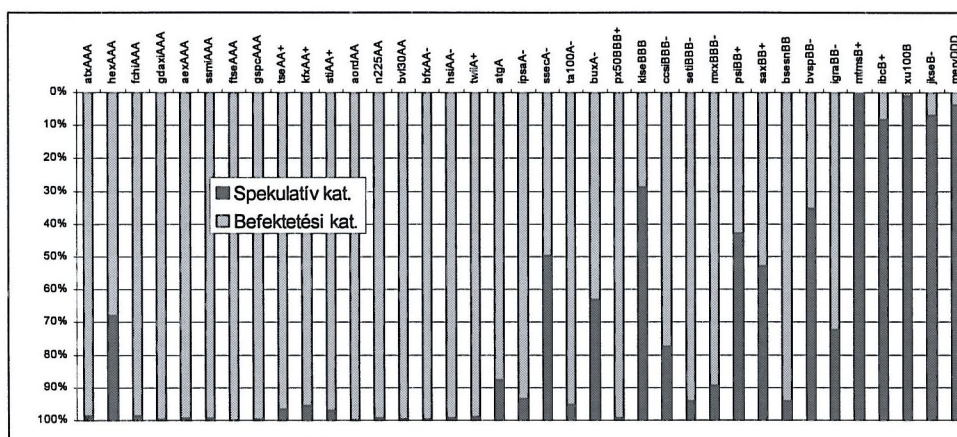
11. sz. táblázat: Befektetési kategóriába tartozó részvényindex-hozamok stabil eloszlási paramétereinek variancia-kovariancia struktúrája

	<i>alfa</i>	<i>beta</i>	<i>gamma</i>
alfa	0.01299		
beta	- 0.00515	0.00818	
gamma	0.00010	0.00024	0.00003

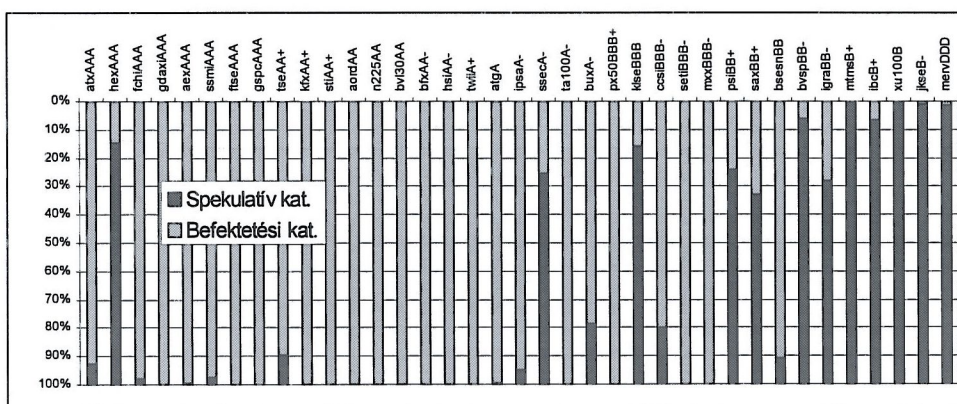
12. sz. táblázat: *Spekulatív kategóriába tartozó részvényindex-hozamok stabil eloszlási paramétereinek variancia-kovariancia struktúrája*

2.5. Befektetési és spekulatív kategóriák elkülönítése

A normális eloszlás esetén ismertetett eljáráshoz hasonlóan elkészítettük a stabil eloszlás három paraméterére, mint valószínűségi változóra a lineáris és kvadratikus diszkriminancia-analízist. Az eredményeket az alábbi ábrák illusztrálják.



23.sz. ábra: *Lineáris diszkriminancia-analízis eredményei*



24.sz. ábra: *Kvadratikus diszkriminancia-analízis eredményei*

Az első 27 eset valójában befektetési kategória. A lineáris eljárás eredményei 2, a kvadratikus eredmények 3 esetben minősítenek befektetési kategóriát tévesen spekulatívnak. A lineáris modell 7 esetben állapít meg spekulatív kategóriát a valóságos 10-ből. A kvadratikus modell 10 esetből 9 esetben helyesen specifikálja a spekulatív kategóriát. A kvadratikus eljárás diszkriminancia-mátrixa látható az alábbi ábrán:

Tényleges Becsült	Befektetési	Spekulatív
	Befektetési	Spekulatív
Befektetési	64,9%	2,7%
Spekulatív	8,1%	24,3%

13.sz. táblázat: Kvadratikus diszkriminancia-analízis klasszifikációs mátrixa

Az eredmények azt mutatják, hogy az esetek több mint 89 százalékában magyarázzák meg a stabil eloszlás becsült paraméterei a befektetési, illetve spekulatív kategóriába való tartozást.

3. Szimmetria vs. aszimmetria

A normális eloszlás tárgyalása során a ferdeségi koefficiensek, valamint a koefficiensek köré szerkesztett 95%-os megbízhatósági szintű konfidencia intervallumok alapján az indexhozamok mintegy harmada mutatott aszimmetriát. A stabil eloszlás esetében a ferdeségi paraméter mindössze négy esetben jelzett szignifikáns aszimmetriát. Így a szimmetria tesztelésével kapcsolatban egyéb eszközök is szükségesek ahhoz, hogy megnyugtató eredményre jussunk.

Az indexhozamokat szétválasztottam előjelük alapján. A negatív hozamok abszolút értékét véve, valamint egy adott index esetén a két hozamcsoportot külön-külön eloszlásként értelmezve alkalmazhatóvá váltak az eloszlás-független próbák. Az összes indexhozam vonatkozásában a kétmintás Wilcoxon, illetve Kolmogorov-Szmirnov próbákat elvégezve a szignifikancia szintekre az alábbi eredményeket kaptuk.

	Wilcoxon teszt	Kolmogorov- Szmirnov
atx(AAA)	0,8873	0,7188
hex(AAA)	0,2872	0,1918
fchl(AAA)	0,1911	0,4152
gdaxi(AAA)	0,4012	0,5052
aex(AAA)	0,4551	0,6015
ssmI(AAA)	0,9887	0,6775
ftse(AAA)	0,9985	0,6831
gspc(AAA)	0,3541	0,5358
tse(AA+)	0,2302	0,2535
kfx(AA+)	0,2170	0,3032
stl(AA+)	0,5533	0,8666
aord(AA)	0,8871	0,9842
n225(AA)	0,5797	0,6530
bvl30(AA)	0,4495	0,4067
bfx(AA-)	0,6387	0,5212
hsi(AA-)	0,3022	0,3688
twll(A+)	0,1951	0,2646
atg(A)	0,8889	0,9583
ipsa(A-)	0,7336	0,9779
ssec(A-)	0,4180	0,4852
ta100(A-)	0,3016	0,2400
bux(A-)	0,3692	0,4755
px50(BBB+)	0,9650	0,9910
kise(BBB)	0,1506	0,3589
ccsi(BBB-)	0,2442	0,1795
setl(BBB-)	0,5265	0,5449
mxx(BBB-)	0,6480	0,4854
psi(BB+)	0,0666	0,0872
sax(BB+)	0,8917	0,6408
bse sn(BB)	0,4845	0,8127
bvsp(BB-)	0,4325	0,6151
igra(BB-)	0,8910	0,8286
mtms(B+)	0,3651	0,7045
ibc(B+)	0,1637	0,1959
xu100(B)	0,3036	0,0420
jkse(B-)	0,6482	0,9538
mer v(DDD)	0,7156	0,7741
minim um	0,0666	0,0420

14. sz. táblázat: Szimmetriatesztek eredménye

A Wilcoxon tesztek alapján 6,66%, a Kolmogorov-Szmirnov teszt szerint pedig 4,20% a legkisebb szignifikancia szint. Az elvégzett tesztek alapján tehát elmondható, hogy a vizsgált hozamindexek szimmetriája nem zárható ki.

Ezek az eredmények összhangban vannak Peiro tanulmányával (PEIRO [1999]), melyben nyolc nemzeti értékpapírtőzsde, valamint kettő devizatőzsde hozamadatai kerültek elemzésre. Peiro kimutatta, hogy a hozamok nem normális eloszlásokkal való modellezése során a legtöbb esetben nem utasítható el a szimmetria hipotézise. Az eloszlásfüggetlen módszerek szintén nem tudtak erős aszimmetriát kimutatni. Az aszimmetria elutasítása mellett foglal állást tanulmányában Dissanaïke (DISSANAÏKE [1996]).

A tőkepiaci hozamok aszimmetriája mellett foglal állást tanulmányában Koutmos (KOUTMOS [1998]). A tanulmány kilenc nemzeti tőzsde működését vizsgálta meg egy aszimmetriát is kezelni tudó GARCH modellel. Koutmos nem csupán a hozamok feltételes várható értékeinek aszimmetriájára talált bizonyítékot, hanem kimutatta, hogy a hozamok feltételes szórásai is aszimmetrikusak. Japán és az Egyesült Államok részvényeit vizsgáló tanulmányában Sun és Yan (SUN, YAN [2003]) megállapítja, hogy az egyedi hozameloszlások aszimmetriája az optimális portfólió kialakításakor sem tűnik el, így az a várható értékkel és a varianciával együtt fontos portfóliókialakítási szempont. A befektetők aszimmetriára való érzékenységet igazolják tanulmányukban Prakash és társai (PRAKASH, CHANG, PACTWA [2003]).

4. VAR számítás normális és stabil eloszlás mellett

A továbbiakban a VaR mutatót arra használjuk fel, hogy az indexhozamok kapcsán felmerülő kockázatokat még jobban meg tudjuk vizsgálni a minősítések tükrében.

4.1. A teljes VaR két komponensre bontása

A későbbiekben indexhozamainkat úgy tekintjük, mint egy indexportfólió hozamegyüttest, azaz olyan portfólióét, melynek értékpapír-összetétele mindenkor pontosan megegyezik az értékpapírok indexben szereplő súlyaival. A korábbiak alapján felteszszük, hogy az indexhozamok stabil eloszlást követnek ($1 < \alpha < 2, \beta \equiv 0, \gamma, \delta$) paraméterekkel. Mindez azt jelenti, hogy a normális eloszláshoz képest vastagabb eloszlásszéllal rendelkeznek és szimmetrikusak.

A negatív eloszlásszéllben adott k valószínűségi szinthez *általában* magasabb kockázatotott érték tartozik stabil eloszlás esetén, mint normális eloszlásnál. Ennek fordítottja is igaz; adott kockázatotott érték esetén a negatív eloszlásszéllben *általában* magasabb a valószínűség, tehát a k érték stabil eloszlás esetén, mint normális eloszlásnál. Ezen megállapításokat az alábbi formulák írják le.

$$-F^{-1}_{N,r_p}(k) < -F^{-1}_{S,r_p}(k), \quad (19)$$

$$F_{N,k}(r_p) < F_{S,k}(r_p), \quad (20)$$

ahol az egyenlőtlenségek bal oldalán a normális, jobb oldalán pedig a stabil hozameloszlás eloszlásfüggvény inverzeinek mínusz eggyel szorzott értékei, illetve az eloszlásfüggvényei szerepelnek.

A negatív hozamokat tartalmazó bal oldali eloszlásrészben a fenti összefüggésekből következik, az alábbi egyenlőtlenség:

$$VaR_{N,k} < VaR_{S,k}, \quad (21)$$

ahol az adott k szintnek megfelelő normális, illetve stabil eloszlással számított VaR értékek szerepelnek.

Mindez azt jelenti tehát, hogy az eloszlásszélekben ugyanarra a valószínűségre számított VaR értékek nagyobbak stabil eloszlás esetén, mint normális eloszlásnál. A továbbiakban az indexhozamokra k valószínűségi érték mellett számított $VaR_{S,k}$ értékeket stabil, illetve teljes kockáztatott értéknek hívjuk. Az eloszlásszélekben *általában* ennél kisebb $VaR_{N,k}$ érték pedig normál kockáztatott érték lesz a továbbiakban.

Ahhoz, hogy feloldjuk a korábban megfogalmazott „általában” és „megfelelő” fogalmakat, fontos definiálnunk azokat a negatív hozamtartományba eső pontokat, amelyekre igaz az alábbi összefüggés:

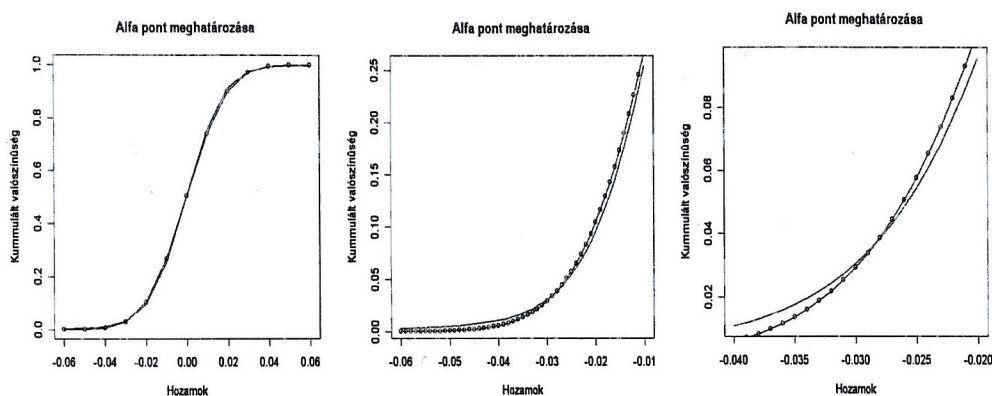
$$VaR_{N,k} = VaR_{S,k} \quad (22)$$

Ennek a pontnak a meghatározását megtehetjük az alábbi formulákkal is.

$$-F^{-1}_{N,r_p}(k) = -F^{-1}_{S,r_p}(k); F_{N,k}(r_p) = F_{S,k}(r_p). \quad (23)$$

Ezen pont grafikus meghatározását elvégeztem a német gdaxi(AAA) index vonatkozásában oly módon, hogy először elvégeztem a tapasztalati adatokra történő stabil eloszlás illesztését. Ezek után rögzítve az $(\alpha=2, \beta=0)$ paraméterértékeket újból paraméterbecslést végeztem a (γ, δ) paraméterekre, előállítva így a normális eloszlás illesztését. A fenti (22) és (23) összefüggésekben definiált pontot alfa pontnak¹² nevezve az eredményeket az alábbi ábra illusztrálja.

¹² Saját definíció.



25.sz. ábra: Alfa pont grafikus szemléltetése a gdaxi(AAA) index esetén

A fenti ábrákon a folytonos, sima görbe a stabil, a jelölt görbe pedig a normális eloszlás képét mutatja különböző skálabeállítások mellett. Az alfa pont a $-0,028$ -as hozamszinthez és a $0,036$ -os valószínűségi szinthez tartozik. Az alfa ponttól balra (negatív irányba) igazak a fent felírt egyenlőségek, vizsgálatunk szempontjából ez az a tartomány, ahol a vastag eloszlásszél értelmezzük.

Az alfa pontot úgy értelmezzük, hogy ebben a pontban annak a valószínűsége, hogy $2,8$ százalékos, vagy annál többet esik a gdaxi index egy nap alatt mindössze $3,6$ százalékos, *mind normál, mind stabil* ($\alpha \neq 2$) *eloszlást feltételezve*. Ha ennél nagyobb bizonyosságot akarunk, például arra vagyunk kíváncsiak, hogy 1 százalékos valószínűség mellett mekkora a maximális veszteségünk (kockázatosított értékünk), eltérő szinteket fogunk kapni, ha normális, illetve stabil ($\alpha \neq 2$) eloszlást alkalmazunk. A stabil eloszlás azt jelzi, hogy maximális veszteségünk egy nap alatt $4,7$ százalékos, míg a normális eloszlás csupán $3,6$ százalékos napi maximális veszteségszintet jelez előre. Mindez azt mutatja, hogy az eloszlás széleinek vastagsága explicit módon megjelenik a VaR különbségekben is.

Az összes vizsgált index vonatkozásában meghatározott alfa pontokat az alábbi táblázat tartalmazza.

alfapont	alfaponthoz tartozó valószínűség	alfapont	alfaponthoz tartozó valószínűség
atx(AAA) - 0,02594646	0,01601566	ssec(A-) - 0,02752793	0,02800224
hex(AAA) - 0,06101496	0,01121300	ta100(A-) - 0,05639307	0,00132338
fchi(AAA) - 0,03171387	0,01486351	bux(A-) - 0,04080341	0,02534481
gdaxi(AAA) - 0,02843510	0,03653451	px50(BBB+) - 0,03053239	0,02860098
aex(AAA) - 0,03006344	0,01722696	klse(BBB) - 0,04145743	0,02345876
ssmi(AAA) - 0,02847748	0,01183181	ccsi(BBB-) - 0,01618086	0,04459423
ftse(AAA) - 0,02159647	0,04042898	seti(BBB-) - 0,03475103	0,05660062
gspc(AAA) - 0,02434396	0,02801448	mxx(BBB-) - 0,03946570	0,03415371
tse(AA+) - 0,02890505	0,01665831	psi(BB+) - 0,03946731	0,02578893
kfx(AA+) - 0,03318224	0,00508024	sax(BB+) - 0,03059549	0,03492740
stl(AA+) - 0,03271605	0,02909592	bsebn(BB) - 0,04046335	0,01483294
aord(AA) - 0,02294345	0,02057002	bvsp(BB-) - 0,05688039	0,02683428
n225(AA) - 0,03207697	0,03275486	lgra(BB-) - 0,02327725	0,02545972
bvi30(AA) - 0,02563666	0,02855069	mtms(B+) - 0,09211970	0,02696473
bfx(AA-) - 0,02608883	0,01702648	ibc(B+) - 0,04230836	0,03350401
hsi(AA-) - 0,04075395	0,01954421	xu100(B) - 0,07037656	0,04086424
twil(A+) - 0,02822661	0,07206708	jkse(B-) - 0,05897763	0,02527764
atg(A) - 0,03800202	0,04030479	merv(DDD) - 0,05805810	0,02550085
ipsa(A-) - 0,03428546	0,01755971		

15.sz. táblázat: Alfa pont számított értékei

Másféle megközelítésben elmondhatjuk, hogy az alfa ponttól balra elhelyezkedő hozamszintekhez tartozó stabil VaR érték egy részét "lefedi" a normális eloszlásból származó VaR érték, a különbség pedig a vastag eloszlásszélnek köszönhető, azaz annak, hogy a stabil eloszlás alfa paramétere kettő alatti. Ezt a különbséget alfa kockázatotott értéknek definiálva és $VaR_{\alpha,k}$ -val jelölve az alábbi összefüggést kapjuk.

$$VaR_{S,k} = VaR_{N,k} + VaR_{\alpha,k} \quad (24)$$

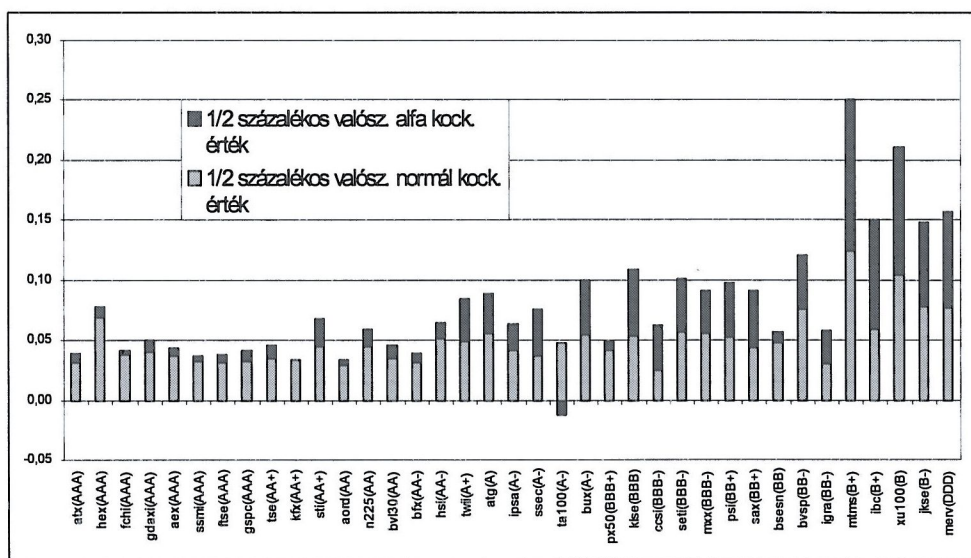
Ezzel a teljes, azaz a stabil eloszláshoz tartozó kockázatotott értéket felbontásra került a normális eloszlásból származó *normál kockázatotott érték* és az *alfa kockázatotott érték* összegére. Az alfa kockázatotott érték elnevezést az indokolja, hogy a stabil eloszlás alfa paramétere nem a normális eloszlásnak megfelelő 2-es értéket veszi fel és ezáltal a stabil kockázatotott értéket a normálishoz képest megemeli. Természetesen az alfa kockázatotott érték nemcsak a 2 alatti alfának köszönhető abban az esetben, ha az eloszlás szignifikánsan aszimmetrikus. Ebben az esetben az aszimmetria hatása is tükröződik az alfa kockázatotott értékben. Tekintettel arra, hogy az indexhozam-eloszlások aszimmetriájára vonatkozó hipotézist korábban elvetettük, ezzel a hatással nem számolunk.

Nem túl meglepő, hogy a vastag eloszlásszélek extra kockázatot jelentenek, így a stabil (másképpen fogalmazva teljes) kockázatotott érték magasabb, mint a normál koc-

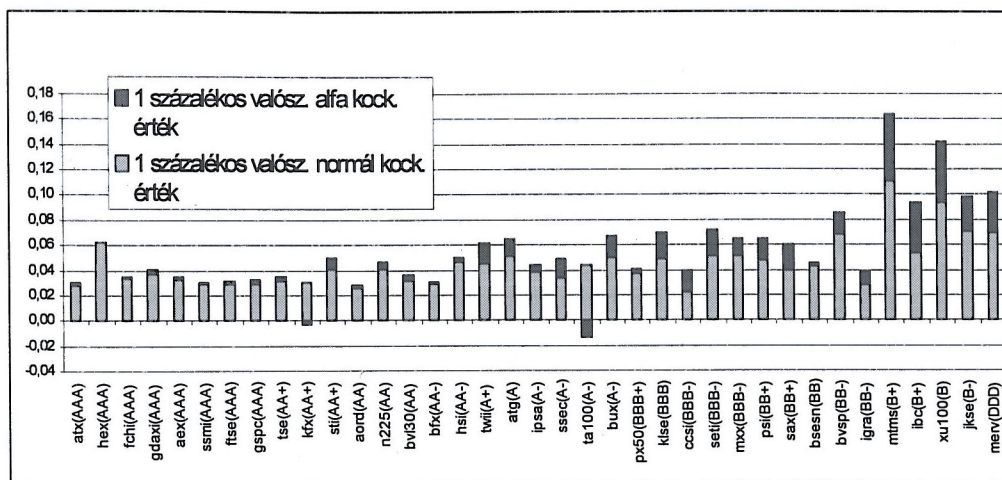
káztatott érték. Érdekes azonban, hogy az alfa ponttól jobbra, tehát a centrális rész felé haladva ez az összefüggés fordítva igaz. Korábbi példánkban (gdaxi) ha megelégszünk az 5 százalékos szignifikancia szinttel, a normál kockáztatott érték magasabb (2,61%), mint a stabil (2,58%). Ez azt jelenti, hogy a $Var_{\alpha,k}^{(1)}$, alfa kockáztatott érték negatív (-0,03%). Normális eloszlással modellezve a hozameloszlást tehát nagyobb kockáztatott értéket kapunk, mint a stabil eloszlással.

4.2. Alfa kockáztatott értékek alakulása összetételben és a minősítések függvényében

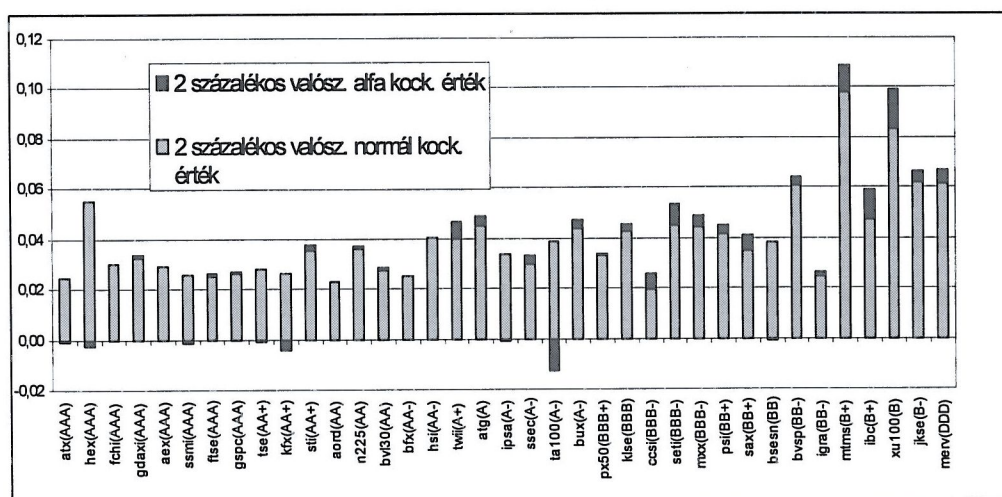
Az alábbi ábrák azt illusztrálják, hogy különböző valószínűségi (1/2, 1, 2, illetve 5 százalékos szignifikancia) szinteken hogyan alakul a teljes, stabil kockáztatott érték, valamint annak belső összetétele.



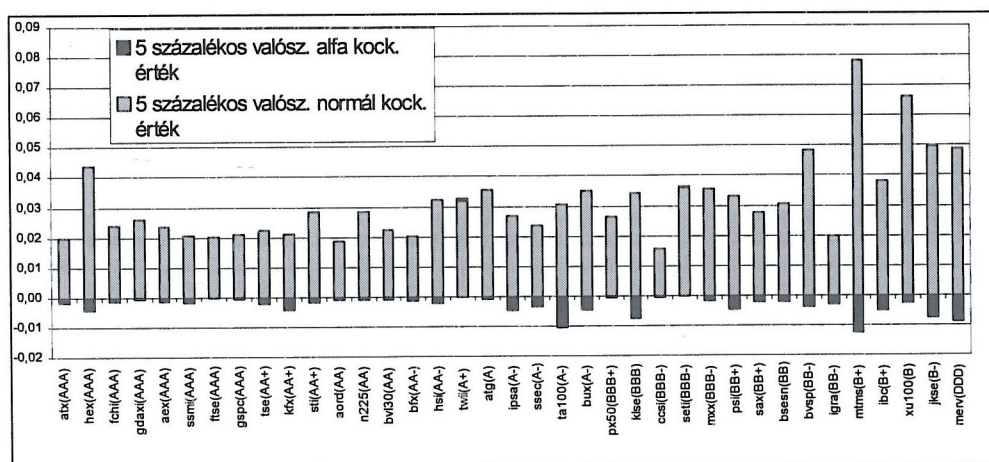
26.sz. ábra: A teljes kockáztatott érték felbontása 1/2 százalékos valószínűségi szinten



27. sz. ábra: A teljes kockázatotott érték felbontása 1 százalékos valószínűségi szinten



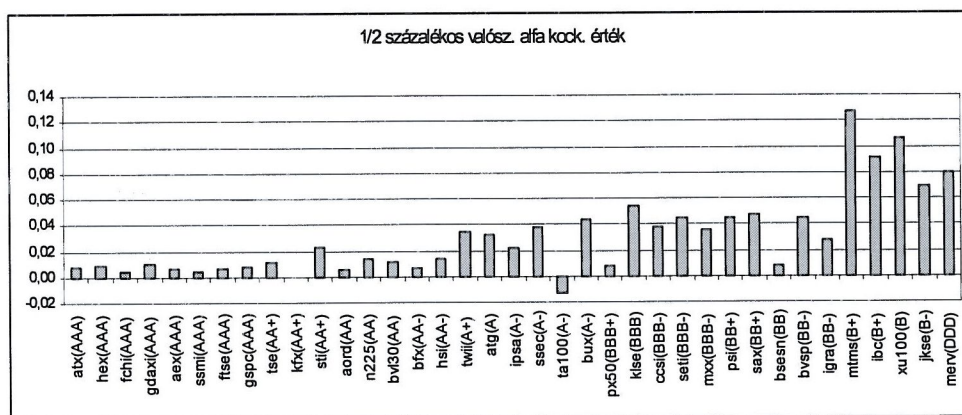
28. sz. ábra: A teljes kockázatotott érték felbontása 2 százalékos valószínűségi szinten



29.sz. ábra: A teljes kockázatotott érték 5 százalékos valószínűségi szinten

Az ábrákból jól látható, hogy a teljes kockázatotott érték a minősítések romlásával növekszik. Az is látható, hogy 0,5, 1 és 2 százalékos valószínűségek mellett a teljes kockázatotott értéken belüli alfa kockázatotott érték aránya általában növekszik, amint elmozdulunk a rosszabb minősítésű indexek irányába. Mindez azt is jelenti, hogy viszonylag jó minősítés esetén a hozameloszlások normális eloszlással való közelítése egyre kevésbé helytálló a rosszabb kategóriájú indexek felé elmozdulva. A vastag eloszlásszél okozta extra kockázat tehát markánsabban jelentkezik a rossz minősítések esetén, mint a jóknál.

Amint növeljük a szignifikancia szintet, az alfa kockázatotott értékek fokozatosan csökkennek, majd az alfa ponton áthaladva negatívvá válnak. 2 %-os valószínűség esetén a legjobb minősítéstől az A- kategóriáig az alfa kockázatotott értékekre a legtöbb esetben nullához közeli értéket kapunk. Ez tehát azt jelenti, hogy 2 %-os valószínűségi szint környékén ezekben a kategóriákban közömbös a VaR számítás szempontjából, hogy normális, vagy vastag eloszlásszélű stabil eloszlással közelítjük-e az indexhozamok eloszlását. 5 százalékos valószínűség mellett már az esetek zömében negatív az alfa kockázatotott érték. Ezeken a részekén a normális eloszlás magasabb VaR értékekhez vezet, mint a stabil. Megállapíthatjuk tehát, hogy a valószínűség emelésével a normális eloszlással túlbecsüljük a VaR-t. Az alfa kockázatotott értékek alakulását mutatja az alábbi ábra 0,5 százalékos szignifikancia szint mellett.



30. sz. ábra: Az alfa kockázatotott értékek alakulása 1/2 százalékos valószínűségi szinten

A 0,5 százalékos valószínűség mellett számított alfa kockáztatott értékek a minősítések romlásával növekvő tendenciát mutatnak. Ez azt jelzi, hogy a rosszabb minősítés felé haladva a vastag eloszlásszélek, azaz az extrém negatív hozamok nagyobb előfordulási esélye miatt – a normális eloszlás esetében a szórás által mért kockázathoz képest – egyre nagyobb extra kockázattal kell szembe néznünk.

5. Indexhozam-eloszlások modellezése Student-féle t-eloszlással

5.1 Student-féle t-eloszlással és a stabil eloszlással való modellezés összehasonlítása

Tekintettel arra, hogy a korábban elvégzett próbák nem mondtak ellent a szimmetria hipotézisének, valamint az extrém hozamok miatti vastag eloszlásszélek hipotézisének elfogadása alapján kézenfekvőnek tűnik az eloszlások modellezésére – az X valószínűségi változóra – az alábbi összefüggés szerint megadott sűrűségfüggvényű t- eloszlás.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\nu\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \frac{1}{\left(\frac{x^2}{\nu} + 1\right)^{\frac{\nu+1}{2}}}, \quad (25)$$

ahol

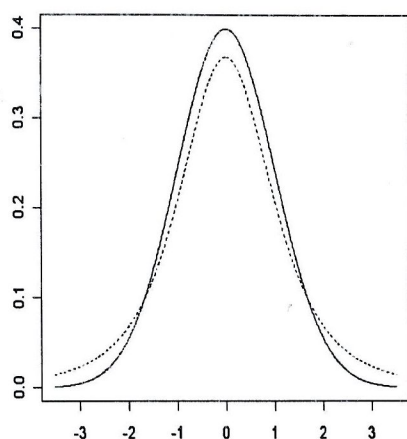
ν = az eloszlás szabadságfoka,

$\Gamma(p)$ = az Euler féle gamma függvény.

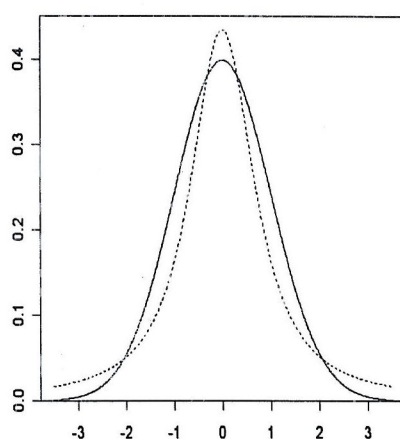
Amint ismeretes, $\nu \rightarrow \infty$ esetén a t-eloszlás aszimptotikusan közelíti a standard normális eloszlást. A különböző szabadságfokú t-eloszlások a normális eloszláshoz képest laposabbak és vastagabb eloszlásszélekkel rendelkeznek.

Illusztrációként az $(\alpha = 1.1, \beta = 0, \gamma = 1/\sqrt{2}, \delta = 0)$ paraméterekkel rendelkező stabil és a $(\nu = 3)$ szabadságfokú t-eloszlást hasonlítja össze a standard normális eloszlással az alábbi ábra.

Normális és t eloszlás (sz.fok=3) összehasonlítása



Normális és stabil (alfa=1.1) eloszlások összehasonlítása

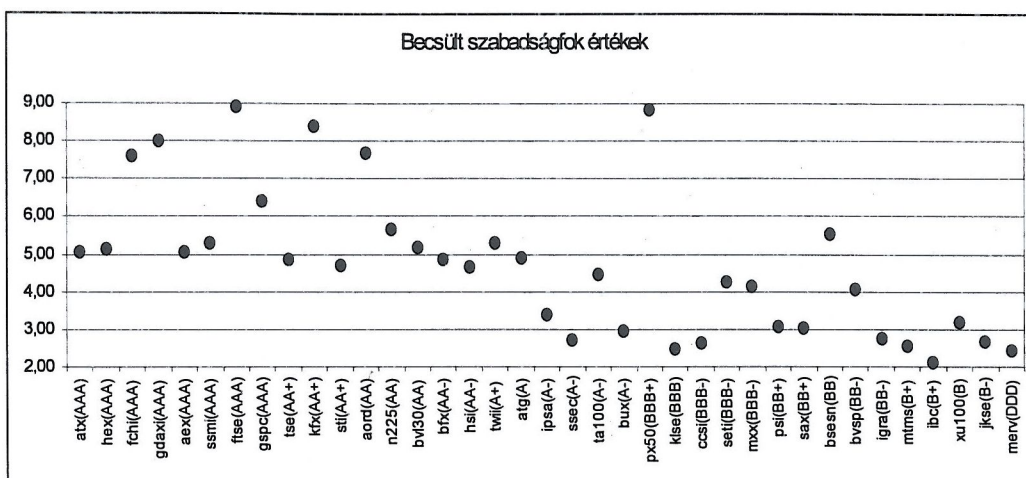


31. sz. ábra: A t és a stabil eloszlás összehasonlítása a standard normális eloszlással

Az ábrán a folytonos görbe a standard normális eloszlás, a szaggatott pedig rendre a t , illetve stabil eloszlás sűrűségfüggvényeit ábrázolja. Az ábrákból jól látszik, hogy amíg a stabil eloszlás esetében mind a centrális, mind pedig az eloszlásszélek nagyobb valószínűségekkel rendelkeznek a normális eloszláshoz képest, addig a t -eloszlás esetében csupán az eloszlásszélek jeleznek magasabb gyakoriságokat, a centrális rész laposabb, mint a normális eloszlás esetében.

5.2. Vastag eloszlásszélek modellezése Student-féle t -eloszlással

Az indexhozamokra illesztett t -eloszlás becsült szabadságfokai jól modellezzik az eloszlásszélek vastagságát a fentiek alapján. A szabadságfokok Maximum Likelihood függvény segítségével történő becsléseinek eredményeit az alábbi ábra szemlélteti.



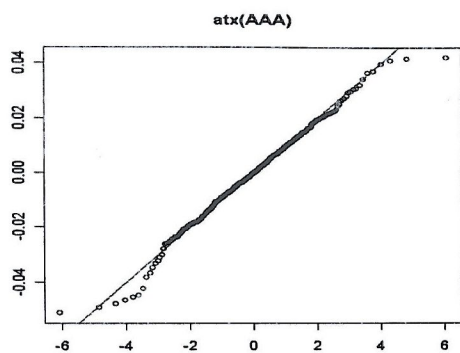
32.sz. ábra: Becsült szabadságfok értékek

A becsült szabadságfok értékek a minősítések romlásával általában csökkennek. A legjobb (AAA) minősítési kategória esetén csak 5 feletti, a BBB kategóriától a rosszabb minősítések felé haladva pedig csupa 4,5 alatti értékkel találkozunk. Az ezen két sáv közötti rész esetében a becsült értékek nem haladják meg az 5-ös értéket. Ezek az eredmények összhangban vannak a stabil eloszlás alfa paraméterének becsléseinél tett megállapításokkal; azaz a minősítések romlásával az extrém hozamok nagyobb előfordulási esélye következtében vastagabbak az eloszlások eloszlásszélei.

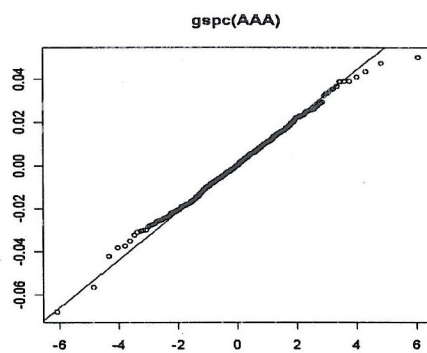
Tekintettel arra, hogy a Student-féle t-eloszlás varianciája $\nu/(\nu - 2)$, csupán a 2 feletti szabadságfok esetén létezik, illetve értelmezhető a variancia. A becsült szabadságfok értékek – egy eset kivételével – szignifikánsan nagyobbak 2-nél, ami azt jelzi, hogy a variancia és a szórás léteznek ezekben az esetekben.

5.3. Az illeszkedés jóságának vizsgálata

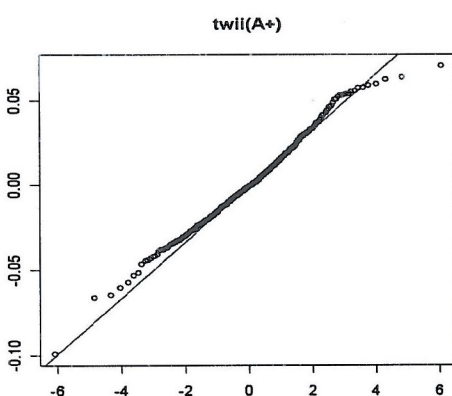
A korábban kiválasztott indexek esetében az alábbi kvantilis ábrák adnak tájékoztatást az illesztés megfelelőségéről. Az ábrák alapján elmondható, hogy az esetek többségében meglehetősen jó eredményeket kaptunk. Megjegyezzük még, hogy a vastag eloszlásszéleket a stabil eloszlás némiképp túlbecsülte. A t-eloszlásnál ezt a fajta hibát kevésbé tapasztaljuk.



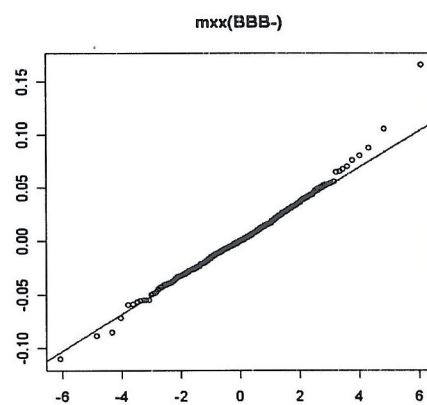
33.sz. ábra: $atx(AAA)$ index kvantilis ábrája



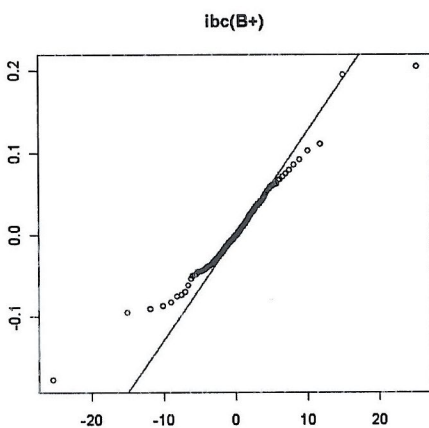
34.sz. ábra: $gspc(AAA)$ index kvantilis ábrája



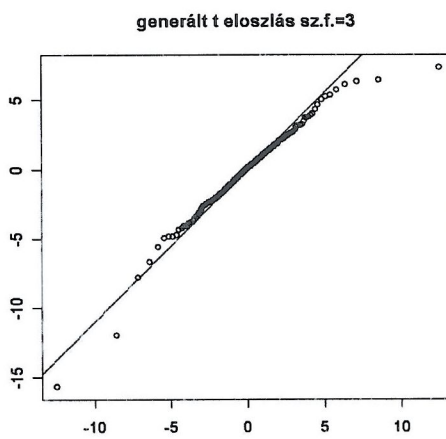
35.sz. ábra: $twii(A+)$ index kvantilis ábrája



36.sz. ábra: $mx(BBB-)$ index kvantilis ábrája



37.sz. ábra: $ibc(B+)$ index kvantilis ábrája



38.sz. ábra: véletl. gen. t -eloszlás kvantilis ábrája

IV. RÉSZ: Együttes indexhozam-eloszlások elemzése

Ebben a részben az indexhozamok együttes alakulását elemezzük. Megvizsgáljuk azt, hogy a különböző portfólió-kiválasztási modellek miként súlyozzák az eltérő típusú indexeket.

1. Klasszikus hozam-variancia modell (Markowitz modell)

1.1. A modell felépítése

Markowitz modelljét esetünkben az alábbi kvadratikus programozási feladatként írjuk fel:

$$\min_{\mathbf{x}} [\mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x}], \quad (26)$$

az alábbi feltételekkel:

$$\mathbf{e}^T \mathbf{x} = 1, \quad (27)$$

$$\mathbf{r}^T \mathbf{x} = R, \quad (28)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \quad (29)$$

ahol:

\mathbf{C} = a hozamok ($n \times n$) méretű kovariancia-mátrixa, esetünkben $n=37$,

\mathbf{x} = n elemű súlyvektor,

\mathbf{r}^T = n elemű várható hozam vektor,

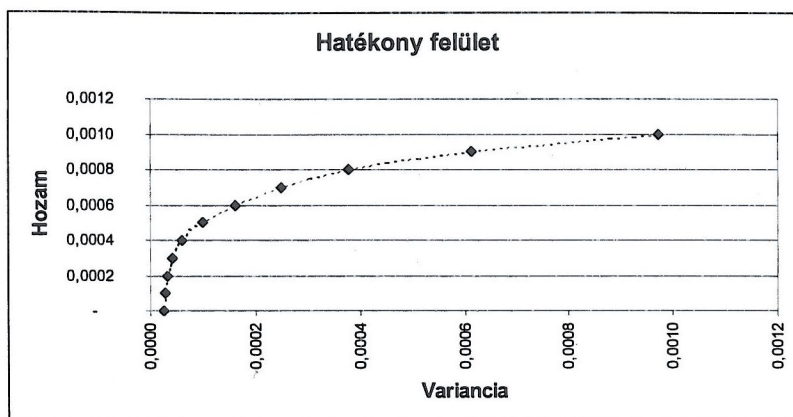
R = a portfólió elvárt hozama (skalár),

\mathbf{e}^T = n elemű egységvektor,

$\mathbf{0}$ = n elemű nullvektor.

Az optimalizáció során tehát azt a súlyvektort keressük, amellyel az adott R elvárt portfólióhozamot a lehető legkisebb portfólió varianciával, azaz kockázattal érjük el. A portfólió varianciáját a fenti célfüggvény (26) fejezi ki. A másik kettő feltétel biztosítja azt, hogy egységnyi tőkét allokálunk az indexek között, illetve nem engedjük meg a fedezetlen eladást a modellben. Az x súlyvektor zérus eleme azt jelzi, hogy az adott index nem került bele az optimális portfólióba. Különböző elvárt hozamszintek esetében természetesen különböző összetételű portfóliókat kapunk. Amennyiben az R elvárt hozamszintet a legmagasabb várható hozamú index hozamszintje felett határozzuk meg, az optimalizációs feladatnak nincsen megoldása. Amennyiben pontosan ezt a szintet határozzuk meg, 100%-ban ebből az egyetlen indexből fog állni a portfólió. A konkrét programozás során, amint fokozatosan elmozdultunk ettől a szinttől lefelé, egyre több index került be a portfólióba. Amennyiben az R hozamszintet nem határozzuk meg, megkapjuk a minimális varianciájú portfóliót. A minimális varianciához esetünkben negatív várható portfólióhozam tartozik.

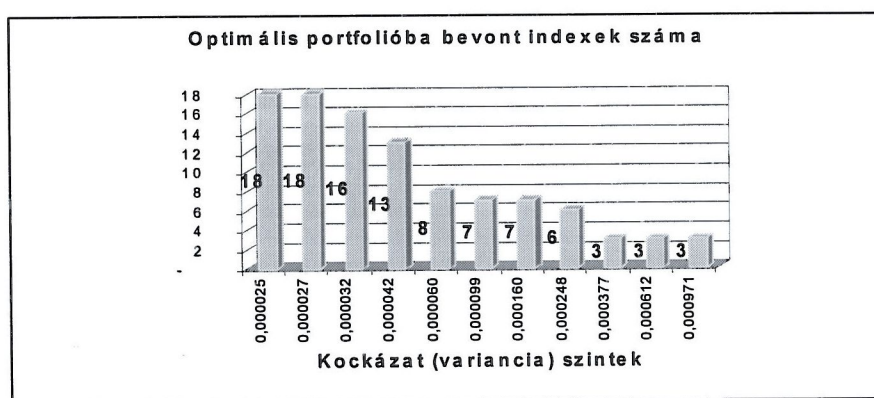
A hozamok kovariancia mátrixát a függelék tartalmazza. A bal felső megjelölt blokk tartalmazza a felső befektetési kategóriát, a középső blokk pedig az alsó befektetési kategóriát (BBB minősítések). A jobb alsó blokkban a spekulatív kategória indexei találhatók. Ebből látható, hogy főként a felső befektetési kategória és a spekulatív kategória részvényei közötti blokkon belüli lineáris kapcsolat erős. Nagyon hasonló időszakra – 1998 januártól 1993 decemberig – végeztek elemzést Chunhachinda és társai (CHUNHACHINDA, DANDAPAANI, HAMID, PRAKASH [1997]) 14 különböző tőzsdeindex vonatkozásában. Elemzésükben azt találták, hogy az indexhozamok nem normális eloszlásúak. Ezzel egyidejűleg megállapítják, hogy az indexek korrelációs mátrixa, így kovariancia mátrixa is stabil, tehát időben változatlan. Az alábbi ábra mutatja a különböző elvárt portfólió hozamszintekhez ($R \geq 0$) tartozó legkisebb kockázatot kifejező varianciákat.



39. sz. ábra: Markowitz modell alapján számított hatékony felület

Értelemszerűen a magasabb elvárt portfólióhozamhoz magasabb kockázat tartozik portfólió variancia formájában és viszont; az alacsonyabb variancia, azaz kockázat érdekében el kell fogadnunk, hogy alacsonyabb lesz a portfóliónk hozamának várható értéke.

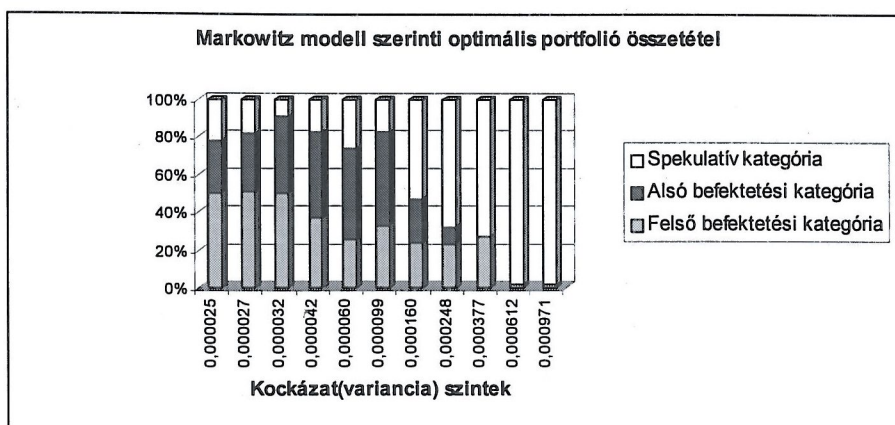
Az optimalizált portfólióba bevont indexek számát az alábbi ábra szemlélteti.



40. sz. ábra: Markowitz modell alapján végzett optimalizáció alapján a portfólióba bevont indexek száma

A fenti ábrán jól látszik a diverzifikáció kockázatcsökkentő hatása. A 37 indexből maximum 18-at vont be a modell az optimális portfólióba.

1.2. Az optimális portfóliók összetétele országminősítések szerint



41.sz. ábra: Portfólió-összetétel országminősítések szerint

A portfólió összetétel kockázati szintek szerinti változása jelzi, hogy jelentős az összefüggés a variancia formájában mért kockázat és a minősítések alapján becsült országminősítés között. A hatékony felület alakulásának megfelelően a variancia emelkedésével egyre nagyobb hozamokat tudunk elérni, e közben azonban a portfólió struktúrája jelentősen megváltozik. Bizonyos elvárt hozamszint felett csak spekulatív kategóriájú indexből áll a portfólió. Az elvárt hozamszint csökkentésével a két befektetési kategória részaránya növekszik, látható, hogy ezek részvétele a portfólióban kockázat csökkentő hatású. Az alsó befektetési kategóriába soroltuk a BBB minősítéseket, a felsőbe pedig az ennél jobbakat.

A Markowitz féle portfólió kiválasztási modell egyértelműen mutatja, hogy az országminősítések és az adott ország tőkepiaci jellemzői között összefüggés mutatkozik, a kockázatosabbnak minősített országek kockázat általában nagyobb kockázatú tőzsdeindexszel, így kockázatosabb tőzsdei eszközökkel jár együtt.

2. A CVaR modell

2.1. A modell felépítése

Az $CVaR^\alpha$ becslése empirikus adatokból, vagy kialakított szcenáriókból az alábbi becslőfüggvény segítségével végezhető el:

$$\overline{CVaR^\alpha} = -\frac{1}{[N\alpha]} \sum_{i=1}^{[N\alpha]} X_{i:N}, \quad (30)$$

melyben $X_{i:N}$ jelenti X sorba rendezett értékeit.

Rockafellar és Uryasev (ROCKAFELLAR, R.T., URYASEV, S., [2000]) dolgozta ki azt a becslőfüggvényt, mely kiküszöböli az előző függvény azon hátrányát, hogy X sorba rendezett értékei szerepelnek benne.

$$\overline{CVaR^\alpha} = -\psi + \frac{1}{[N\alpha]} \sum_{i=1}^{[N\alpha]} (\psi - X_i)^+, \quad (31)$$

ahol ψ segédváltozó. Több elemből álló portfóliók esetében a fenti becslőfüggvény megteremti annak a lehetőségét, hogy lineáris programozás segítségével adott elvart hozamszint melletti minimális kockázatú portfóliókat alakítsunk ki.

A Rockafellar-Uryasev tanulmányban szerepel, hogy amennyiben a fenti becslőfüggvényt ψ -re minimalizáljuk, a kapott ψ^* értékekre igaz a következő összefüggés:

$$\forall \psi^* \in [x_\alpha, x^\alpha]. \quad (32)$$

Esetünkben – a korábbi jelöléseket megtartva – a lineáris programozási probléma az alábbiak szerint írható fel:

$$\min_{\mathbf{x}, \psi} \left[-\psi + \frac{1}{[N\alpha]} \mathbf{e}^T \mathbf{z} \right], \quad (33)$$

ahol

$\mathbf{z} = \mathbf{y} - \mathbf{e}\psi$, a ψ -t meghaladó veszteségek mértéke,

$\mathbf{y} = n$ elemű veszteségvektor (esetünkben a hozamvektor ellentettje: $\mathbf{y} = -\mathbf{r}$),

$\mathbf{x} = n$ elemű súlyvektor,

ψ = skalár, mesterséges változó,

$\mathbf{e}^T = n$ elemű egységvektor.

A minimalizálást az alábbi feltételek mellett végeztem el:

$$\mathbf{z} > \mathbf{y}, \quad (34)$$

$$\mathbf{z} > \mathbf{0}, \quad (35)$$

$$\mathbf{e}^T \mathbf{x} = 1, \quad (36)$$

$$\mathbf{r}^T \mathbf{x} = R, \quad (37)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \quad (38)$$

ahol

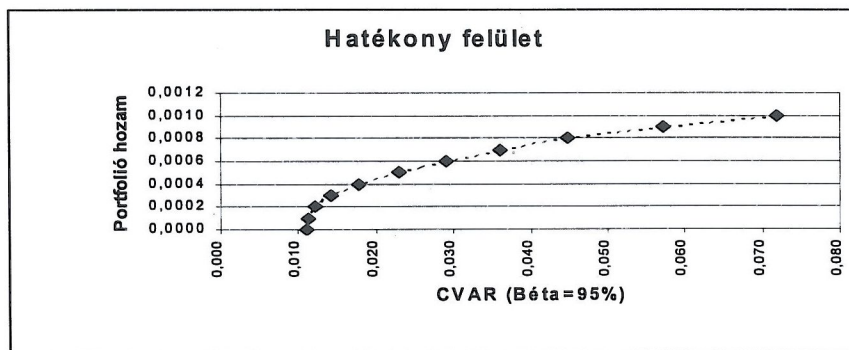
$\mathbf{r}^T = n$ elemű várható hozam vektor,

$R =$ a portfólió elvárt hozama (skalár),

$\mathbf{0} = n$ elemű nullvektor.

Rockafellar és Uryasev tanulmányában igazolja, hogy adott α szignifikancia szinten elvégezve a célfüggvény minimalizálását, a kapott \mathbf{x}^* vektorral a minimális $CVaR^\alpha$ -val rendelkező portfóliót kapjuk meg, a ψ^* érték pedig ennek a portfóliónak a VaR^α mutatója.

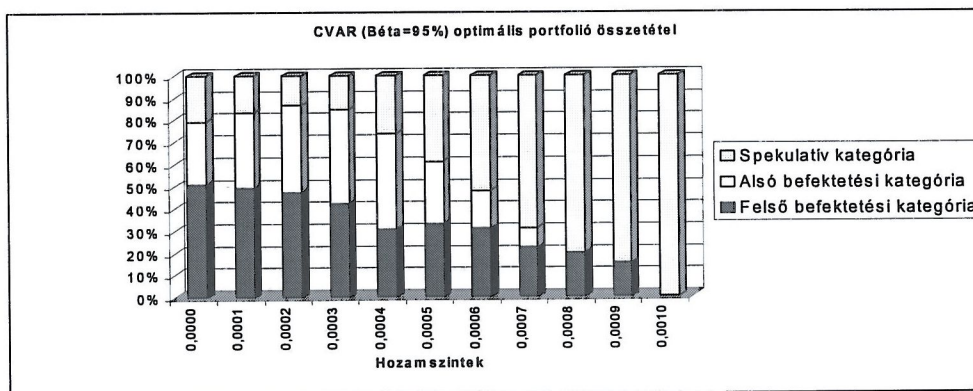
A fentiek szerinti optimalizációt négy különböző megbízhatósági szintre végeztem el korábbi tanulmányomnak megfelelően (LUKÁCS [2004]). A Markowitz modellhez hasonlóan a CVaR modellel is lehet hatékony felületet szerkeszteni. A 95%-os megbízhatósági szint (Béta) esetére szerkesztett hatékony felületet mutatja az alábbi ábra:



42. sz. ábra: A CVaR modell alapján számított hatékony felület

2.2. Optimális portfóliók összetétele országminősítések szerint

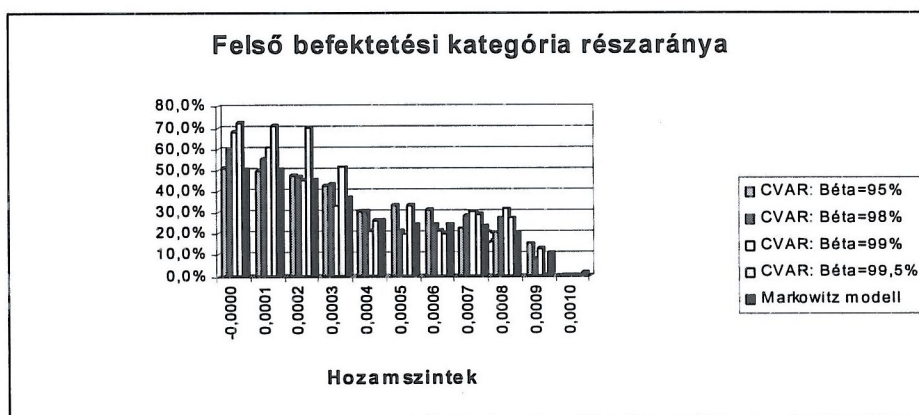
A 95 %-os megbízhatósági szinten értelmezett CVaR modell alapján lineáris programozás módszerével kialakított portfóliók országminősítés szerinti összetételét mutatja az alábbi ábra.



43. sz. ábra: Portfólió-összetétel országminősítések szerint

A fenti ábra a Markowitz modellhez hasonló képet mutat annyiban, hogy a kockázat (és értelemszerűen az elvárt hozamszint) növekedésével a felső befektetési kategóriába tartozó indexek részaránya csökken. A későbbi összehasonlíthatóság érdekében most nem a kockázati szintek, hanem az elvárt hozamértékek szerepelnek a grafikon vízszintes tengelyén. Az alsó, de még befektetési kategória részaránya a kockázat növekedésével kezdetben növekszik, később csökken. A legmagasabb várható hozamú portfóliók esetében – melyek szükségszerűen a legnagyobb kockázattal járnak együtt – túlnyomórészt spekulatív kategóriájú indexek szerepelnek. A CVaR modell alapján is elmondhatjuk tehát, hogy az adott index által reprezentált országek kockázata erős összefüggést mutat az indexek portfólió kockázatával.

Kissé árnyaltabb képet kapunk, amennyiben összehasonlítjuk a különböző szignifikancia szintekre számított CVaR és Markowitz-modell értékeket.



44. sz. ábra: A felső befektetési kategória részarányának alakulása különböző hozamszinteken a vizsgált modellek alapján

A felső befektetési kategóriába tartozó indexek adott szignifikancia szint mellett számított részaránya a várható hozam, illetve az ezek mellett elérhető minimális kockázat növekedésével általában csökken mindegyik modell esetében. Az alacsony kockázati szint esetében a modellek által "javasolt" részarány jelen-

tősen eltér. Míg a Markowitz modell, illetve a 95%-os szignifikancia szintű CVaR modell 50% körüli részarányt mutat, addig a szignifikancia szint növekedésével a felső befektetési kategória részaránya emelkedik. Különösen kiugróan magas értéket mutatnak a 99,5%-os CVaR optimalizáció alapján előállott részarányok az alacsony hozam, illetve kockázati szintek esetében. Mindez azt jelenti, hogy az általunk vizsgált legextrémebb hozamok – legnagyobb veszteségek esetében – a felső kategóriájú indexek igencsak "jótékony" hatást gyakorolnak a portfólió hozamára, illetve kockázatára. Tehát a negatív eloszlásszélen történő események alapján a felső kategóriájú indexek a portfólió kialakítás szempontjából prioritást élveznek. A felső befektetési kategóriájú indexek extrém portfólióveszteségek kialakításában játszott relatíve csekély szerepét az alacsonyabb szignifikancia szintű modellek, illetve a Markowitz modell kevésbé veszi figyelembe. Az elvart portfólióhozam növelésével a felső befektetési kategória fent leírt – portfólióhozamra és kockázatra extrém veszteségek vonatkozásában gyakorolt – hatása fokozatosan elenyészik. Ennek vélhető oka, hogy az elvart hozam egyre dominánsabb lesz, a felső befektetési kategória extrém portfólióveszteségekre gyakorolt kedvezőbb hatása relatíve "leértékelődik".



45. sz. ábra: Az alsó befektetési kategória részarányának alakulása különböző hozamszinteken a vizsgált modellek alapján

Az alsó befektetési kategória a felsőhöz képest komplementerként viselkedik, azaz a kisebb hozam, illetve kockázati szintek esetében ezen kategória hatása a

portfóió kiemelkedő veszteségeire meglehetősen kedvezőtlen, ezért a "legszigorúbb" szignifikancia szint mellett, azaz amikor a modell az extrém veszteségeket minimalizálja, ezen kategória részaránya minimális, ugyanakkor 95%-os szint mellett, illetve a Markowitz modell alapján 20% feletti részarány adódik.

Hasonló jelenségeket a spekulatív kategória esetében nem tapasztalhatunk.



46. sz. ábra: A spekulatív kategória részarányának alakulása különböző hozamszinteken a vizsgált modellek alapján

A fentieket összefoglalva elmondhatjuk, hogy az indexhozamok portfóió kockázathoz való hozzájárulásában tükröződnek az országminősítések által megállapított kockázatok. A magas szignifikancia szintű CVaR modellek pedig rámutattak, hogy az extrém veszteségek portfóió kockázat növelő hatása az alsó befektetési kategóriában jelentős. Ezzel szemben a felső befektetési kategóriába eső indexek extrém portfóió veszteségekre gyakorolt hatása kedvező.

3. Spektrális kockázatmérték modell

3.1. A modell felépítése

A spektrális kockázatmérték fogalom lehetővé teszi, hogy az eloszlásfüggvényt egy elfogadható kockázatelutasítási függvénnyel beszorozva új, szubjektív kockázati súlyokon alapuló kockázatmértéket alakítsunk ki. Acerbi (ACERBI [2002]), valamint Acerbi és Simonetti tanulmánya (ACERBI, SIMONETTI [2002]) bemutatja, hogy mely feltételek mellett juthatunk koherens kockázati mértékhez, illetve hogyan lehet lineáris programozás segítségével optimális portfóliót kialakítani.

Az elfogadható (*admissible*) kockázatelutasítási függvényt, melynek értékei a $[0,1]$ intervallumba esnek, az alábbiak szerint definiálhatjuk:

$$\phi(p) = c\delta(p) + \tilde{\phi}(p), \quad (39)$$

ahol

δ = Dirac-delta eloszlást jelöl,

$c \in [0,1]$,

$\tilde{\phi} : [0,1] \rightarrow R$,

p = valószínűséget jelöl,

és teljesül az alábbi három feltétel¹³:

$$\text{a) } \tilde{\phi}(p) \geq 0, \forall p, \quad (40)$$

$$\text{b) } p_1 < p_2 \Rightarrow \tilde{\phi}(p_1) \geq \tilde{\phi}(p_2), \quad (41)$$

$$\text{c) } \int_0^1 \tilde{\phi}(p) dp = 1 - c. \quad (42)$$

¹³ Az elfogadható kockázatelutasítási függvényt nem-szingulárisnak mondjuk, ha $c = 0$.

A fent definiált kockázelutasítási függvény felhasználásával az alábbiak szerint adhatjuk meg a spektrális kockázmérték formuláját.

$$M_{\phi}(X) = - \int_0^1 \phi(p) x_{\alpha}(p) dp. \quad (43)$$

Acerbi és Simonetti igazolta, hogy $M_{\phi}(X)$ koherens kockázati mérték, amennyiben $\phi(p)$ elfogadható kockázelutasítási függvény és $E[X^-] < \infty$.

A fenti szerzőpáros Uryasev portfólióoptimalizálási eredményeit a fentiek tükrében továbbfejlesztette, és igencsak érdekes eredményre jutott. Kimutatták, ugyanis hogy a spektrális kockázmértékek megfelelő osztálya esetén a spektrális kockázmérték minimalizálása *egyben* a portfólióhozam várható értékének maximalizálását is jelenti. Mind a Markowitz modell, mind pedig a CVaR modellek esetében adott hozamszint mellett határoztuk meg a minimális kockázatú portfólió összetételét. (Természetesen fordítva, azaz adott kockázati szintek mellett is meghatározhattuk volna a maximális várható értékű portfóliót hasonló eredménnyel.) A spektrális kockázmértékeknek létezik olyan megfelelő osztálya, melyben a portfólióoptimalizálás logikája ettől eltérő, egy lépésben minimalizáljuk a portfólió kockázatát és maximalizáljuk annak hozamát. A fentieknek megfelelő spektrális kockázmértékek osztályát az alábbiak szerint tudjuk formulába önteni.

$$M_{\tilde{\phi}(\lambda)} = -\lambda E[X] + (1 - \lambda) M_{\phi}(X), \quad (44)$$

ahol

λ = a kockázelutasítási együttható.

A korábbi CVaR-ral kapcsolatos eredményeket figyelembe véve:

$$M_{\tilde{\varphi}(\lambda)} = -\lambda E[X] + (1 - \lambda) CVaR^\alpha(X). \quad (45)$$

A fentek szerint tehát a spektrális kockázatmértéket a várható portfólióhozam és a CVaR által reprezentált kockázat kombinációjaként írtuk fel. Ebben az esetben a kockázatelutasítási függvény az alábbi alakot ölti:

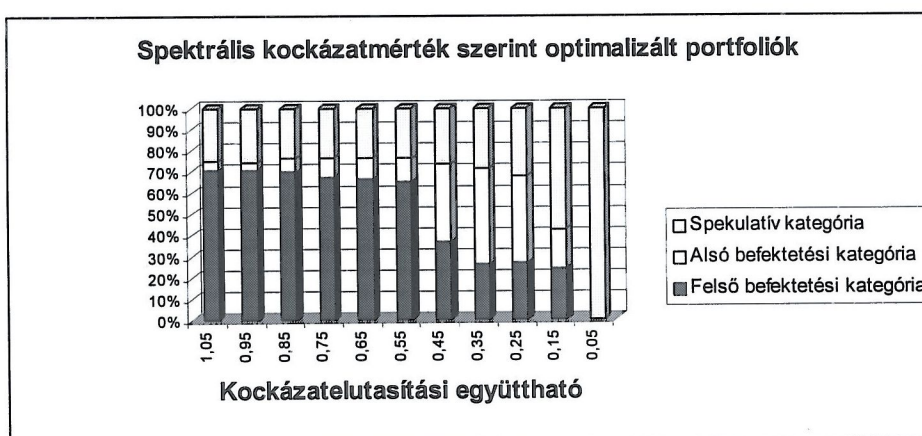
$$\tilde{\varphi}(\lambda)(p) = \lambda + \frac{1 - \lambda}{\alpha} \theta(\alpha - p). \quad (46)$$

A kockázatelutasítási függvény meredeksége adott λ és α értéke mellett az alábbi konstans értéket veszi fel:

$$\Delta\tilde{\varphi} = (1 - \lambda) / \alpha. \quad (47)$$

3.2. Optimális portfóliók összetétele országminősítések szerint

A CVaR modell spektrális kockázatmérték szerinti általánosítása alapján elvégeztük az indexhozamok szerinti optimális portfóliók összeállítását különböző λ értékek mellett. Ezek az értékek a kockázatelutasítás mértékét határozzák meg. Magasabb λ érték a kockázattal szembeni magasabb averziót testesíti meg. Eredményeinket az alábbi ábra illusztrálja.



47.sz. ábra: Portfólió-összetétel országminősítések szerint

A fentiekből látszik, hogy a kockázattal szembeni tartózkodás elsőként úgy jelenik meg, hogy a magas λ érték esetében a spektrális kockázatmérték mutatóban a kockázati elem, azaz a $CVaR^\alpha$ "dominál" a várható értékhez képest, így az optimalizáció során – a korábbi modellekhez hasonlóan – felső befektetési kategória fogja uralni a portfóliót. A kockázattal szembeni tartózkodás csökkenésével, melyet a λ mutató reprezentál, nőhet a portfólióval szemben elvárt hozam, így a felső befektetési kategória fokozatosan visszaszorul, és helyet kapnak a kevésbé jó országminősítésű indexek.

4. Kopulák alkalmazása függőségi struktúra modellezésére

4.1. Kopulák

Kockázatkezelési szempontból kritikus kérdés az, hogy olyan pénzügyi modellt alkalmazzunk, mely megfelelően kezeli a szélsőséges veszteségek modellezését. Adott portfólió, – mely állhat értékpapírokból, derivatív eszközökből, vagy akár hitelekéből is – esetében a szélsőséges hozamok két tényezőre vezethetők vissza. Egyrészt a portfóliót alkotó eszközök egyedileg rendelkeznek szélsőséges negatív hozamokkal, másrészt a nagy negatív hozamok együttes előfordulási valószínűsége jelent komoly gondot a pénzügyi kockázatkezeléssel foglalkozó szakemberek számára.

Az eloszlás szélek függősége kétváltozós esetben a valószínűségi változók között a koordináta rendszer első, illetve harmadik negyedében jelentkező függőség mértékével kapcsolatos fogalom. Ezekben a negyedekben mindkét változó egyszerre pozitív, illetve negatív értékeket vesz fel, ezért az első negyed a szélsőséges nagy hozamok, míg a harmadik negyed a kiugróan nagy veszteségek közötti függőség vizsgálatára alkalmas. A függőség mértékének becslésére alkalmas az alábbi formula.

$$\lim_{u \rightarrow 1^-} P(Y > G^{-1}(u) \mid X > F^{-1}(u)) = \lambda_U, \quad (48)$$

ahol $(X, Y)^T$ jelöli az F , illetve G marginális eloszlásfüggvénnyel jellemzett folytonos valószínűségi vektorváltozót, λ_U pedig az $(X, Y)^T$ felső szél függőségi együtthatóját, feltéve, hogy a $\lambda_U \in [0, 1]$ határérték létezik. Ha $\lambda_U \in (0, 1]$, akkor X és Y aszimptotikusan összefügg a felső eloszlás szélben, ha pedig $\lambda_U = 0$, akkor X és Y aszimptotikusan független változók ugyanott. Hasonlóan lehet definiálni az alsó szél függőségi együtthatóját is. Függőségi struktúra mi-

atti szélsőséges portfólió veszteségek modellezésére azon kopulák alkalmasak, melyek esetében az alsó szél függőségi együttható nagyobb zérusnál ($\lambda_L > 0$). Közös tanulmányunkban (VARGA, LUKÁCS [2004]) rámutattunk arra, hogy a Gauss-kopula csak $\rho = 1$ lineáris korrelációs együttható esetében alsó, illetve felső szélfüggőségű, egyéb esetekben a szél függőségi együttható zérus, így ezen kopulacsalád – így a többváltozós normális eloszlás is – alkalmatlanok a szél függőségi struktúra miatti extrém portfólió veszteségek modellezésére.

A kopulák alkalmazásának elméleti megalapozása egészen az 1950-es évekig nyúlik vissza, amikor is Sklar (SKLAR [1959]) megalkotta a kopulák definiálásához szükséges alaptételét. Ennek megfelelően az n dimenziós C kopulát egy olyan többváltozós eloszlásfüggvényként definiálhatjuk, mely a $[0,1]$ intervallumon $U(0,1)$ egyenletes peremeloszlással rendelkezik és az alábbi tulajdonságokkal bír:

- 1) $C : [0,1]^n \rightarrow [0,1]$;
- 2) C korlátos és n -növekvő;
- 3) C olyan C_i peremeloszlásokkal rendelkezik, melyek kielégítik a következő feltételt: $C_i(u) = C(1, \dots, 1, u, 1, \dots, 1) = u, \forall u \in [0,1]$.

A fenti definícióból egyértelmű, hogy ha F_1, F_2, \dots, F_n egyváltozós eloszlásfüggvények, akkor a $C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))$ formula egy olyan többváltozós eloszlásfüggvényt jelöl, mely F_1, F_2, \dots, F_n peremeloszlásokkal rendelkezik, mivel $u_i = F_i(x_i), i = 1, \dots, n$ egyenletes eloszlású valószínűségi változók.

4.2. Elliptikus kopulák

A kopulák tehát lehetővé teszik, hogy egy portfólió veszteséghez való alakulásai esetében el tudjuk választani az egyedi eszközök veszteségeinek hatását az együttes bekövetkezések okozta portfólióveszteségektől. Az első fajta veszteséget modellezzük a peremeloszlások, a második fajta pedig – a veszteségek függőségi struktúráját – a kopulák. Kopulák szerkesztése, gyakorlati alkalmazása – főleg kettőnél több eszközt tartalmazó portfólió esetén – meglehetősen bonyolult dolog. Az elliptikus kopulák osztálya egyrészt alkalmas arra, hogy a normális függőségi struktúrától eltérő függőségi struktúrával rendelkező portfólióveszteségeket modellezzünk, másrészt pedig viszonylag egyszerűen megadható az algoritmus, mellyel a kopula megszerkeszthető. Elliptikus kopulákat egyszerűen elliptikus eloszlások (pl. normális eloszlás, Student féle t-eloszlás, stb.) kopulájaként szerkeszthetünk. A Student féle t-kopula esetében igazolható, hogy a portfólióveszteségek nem függetlenek, tehát λ_L létezik és nagyobb mint zérus (EMBRECHTS, LINDSKOG, McNEIL, [2001]). A függőségi mérték nagysága összefüggésben van a kopula szabadságfokával, minél kisebb a szabadságfok, annál nagyobb az egyedi eszközök veszteségeinek együttes bekövetkezési valószínűsége, s ugyanígy az extrém portfólióveszteségek miatti kockázat is.

Ha \mathbf{X} sztochasztikus reprezentációja

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\mu} + \frac{\sqrt{\nu}}{\sqrt{S}} \mathbf{Z}, \quad (49)$$

ahol $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^n$, $S \sim \chi^2_\nu$ és $\mathbf{Z} \sim N_n(\mathbf{0}, \Sigma)$ függetlenek, akkor \mathbf{X} n -változós t_ν eloszlású $\boldsymbol{\mu}$ várható értékkel (ha $\nu > 1$) és $\frac{\nu}{\nu-2} \Sigma$ kovariancia mátrixszal (ha $\nu > 2$).

Ha $\nu \leq 2$, akkor $\text{Cov}(\mathbf{X})$ nem értelmezett. Ebben az esetben Σ az \mathbf{X} eloszlása alakparaméterének tekintendő.

A t_ν eloszlású \mathbf{X} valószínűségi vektorváltozó kopulája a következőképpen adható meg

$$C_{\nu,R}^t(\mathbf{u}) = t_{\nu,R}^n(t_\nu^{-1}(u_1), \dots, t_\nu^{-1}(u_n)), \quad (50)$$

ahol $R_{ij} = \Sigma_{ij} / \sqrt{\Sigma_{ii}\Sigma_{jj}}$, $i, j \in \{1, \dots, n\}$ és ahol $t_{\nu,R}^n$ jelöli a $\sqrt{\nu} \mathbf{Y} / \sqrt{S}$ eloszlásfüggvényét, továbbá $S \sim \chi_\nu^2$ és $\mathbf{Y} \sim N_n(\mathbf{0}, \mathbf{R})$ függetlenek. Itt t_ν jelöli a $t_{\nu,R}^n$ megegyező marginális függvényeit, vagyis a $\sqrt{\nu} Y_1 / \sqrt{S}$ eloszlásfüggvényét. Kétváltozós esetben a kopula a következő alakban írható:

$$C_{\nu,R}^t(u, v) = \int_{-\infty}^{t_\nu^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_\nu^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi(1-R_{12}^2)^{1/2}} \left\{ 1 + \frac{s^2 - 2R_{12}st + t^2}{\nu(1-R_{12}^2)} \right\}^{-(\nu+2)/2} ds dt. \quad (51)$$

Itt R_{12} egyszerűen a megfelelő kétváltozós t_ν ($\nu > 2$) eloszlás lineáris korrelációs együtthatója.

Ha $(X_1, X_2)^T$ standard kétváltozós t -eloszlású ν szabadságfokkal és \mathbf{R} lineáris korreláció mátrixszal, akkor $X_2 \mid X_1 = x$ szintén t -eloszlású $\nu+1$ szabadságfokkal és

$$E(X_2 \mid X_1 = x) = R_{12} x, \quad \text{Var}(X_2 \mid X_1 = x) = \left(\frac{\nu + x^2}{\nu + 1} \right) (1 - R_{12}^2). \quad (52)$$

Ezt felhasználhatjuk annak igazolására, hogy a t -kopula rendelkezik felső (és a radiális szimmetria következtében) alsó szél függőséggel:

$$\begin{aligned} \lambda_U &= 2 \lim_{x \rightarrow \infty} P(X_2 > x \mid X_1 = x) = 2 \lim_{x \rightarrow \infty} \bar{t}_{\nu+1} \left(\left(\frac{\nu+1}{\nu+x^2} \right)^{1/2} \frac{x - R_{12}x}{\sqrt{1-R_{12}^2}} \right) = \\ &= 2 \lim_{x \rightarrow \infty} \bar{t}_{\nu+1} \left(\left(\frac{\nu+1}{\nu/x^2 + 1} \right)^{1/2} \frac{\sqrt{1-R_{12}^2}}{\sqrt{1+R_{12}^2}} \right) = 2 \bar{t}_{\nu+1} \left(\sqrt{\nu+1} \sqrt{1-R_{12}^2} / \sqrt{1+R_{12}^2} \right). \end{aligned} \quad (53)$$

A fenti összefüggés azt mutatja, hogy a felső szél függőségi együttható R_{12} növekvő, míg a ν szabadságfoknak csökkenő függvénye, amint az várható. Továbbá az is látható, hogy a felső (alsó) szél függőségi együttható zérushoz konvergál, ha a szabadságfok végtelenbe tart és $R_{12} < 1$. A következő táblázatban a kétváltozós t -kopula felső szél függőségi együtthatói találhatók néhány R_{12} , illetve ν értékre.

$\nu \backslash R_{12}$	-0.5	0	0.5	0.9	1
2	0.06	0.18	0.39	0.72	1
4	0.01	0.08	0.25	0.63	1
10	0.00	0.01	0.08	0.46	1
∞	0	0	0	0	1

16.sz.táblázat: A kétváltozós t -kopula felső szél függőségi együtthatói

A táblázat utolsó sora a kétváltozós Gauss kopulát jellemzi, amelynek nincsen felső szélfüggősége (és a szélfüggőség radiális szimmetriája következtében alsó szélfüggősége), így szélsőséges veszteség vizsgálatára a Gauss kopula nem alkalmas.

A magyar szakirodalomban Benedek, Kóbor és Pataki (BENEDEK, KÓBOR, PATAKI [2002]) végeztek empirikus kutatásokat kopulák segítségével. Három Dow Jones részvényt és három BUX részvényt vizsgáltak meg. A peremeloszlásokat t -eloszlásokkal modellezték, a függőségi struktúrát pedig egyrészt t -kopulákkal, másrészt a stabil eloszlásból levezetett ún. elliptikus tulajdonsággal nem rendelkező MM_x kopulákkal. Mindkét esetben az elliptikus tulajdonsággal rendelkező t -kopula bizonyult megfelelőnek a függőségi struktúra modellezésére.

Claudio Romano (ROMANO, [2003]) az alábbiak szerint adja meg cikkében az extrém portfólió-veszteségekre alkalmazható Student féle t-kopula megszerkesztésének algoritmusát.

(1) n darab eszköz esetén ($n > 2$) először is meg kell határoznunk az eszközhozamokat, majd az R kovariancia mátrixot.

(2) Igazolható, hogy R pozitív definit, így a Cholesky felbontás segítségével meghatározható az az $n \times n$ dimenziós A mátrix, melyre igaz a következő összefüggés: $R = AA^T$.

(3) n darab, független standard normális eloszlású változót kell generálnunk, ezeket a következő vektor jelöli: $z = (z_1, \dots, z_n)^T$.

(4) Generálnunk kell egy olyan χ^2_v eloszlású s valószínűségi változót, mely z -től független.

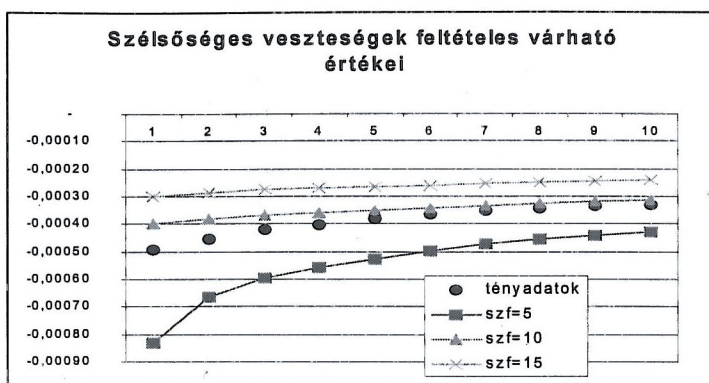
(5) Megszerkesztjük az $y = Az$, majd az $x = \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{s}} y$ vektorokat.

(6) Meghatározzuk a következő értékeket: $u_i = t_v(x_i)$, $i = 1, \dots, n$.

(7) A következő vektorral létrehozuk a kopulát: $(u_1, \dots, u_n)^T \sim C_{v,R}^t$.

4.3. Indexhozamok modellezése Student féle t-kopulával

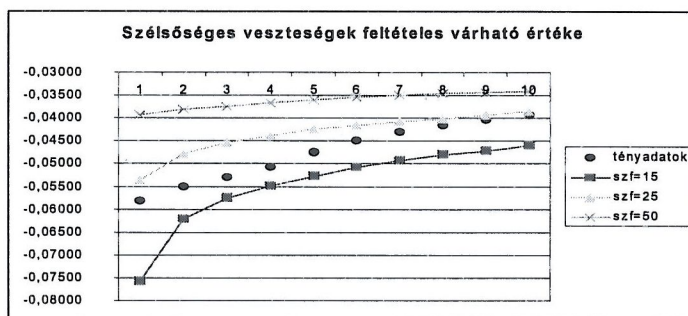
Elsőként az adatbázisunkban szereplő indexeket egyenlően súlyoztuk és így alakítottunk ki egy portfóliót (VARGA, LUKÁCS [2004]). Ennek a portfóliónak a szélsőséges veszteségeit modelleztük olyan Student-féle t-kopulákkal, melyek esetében a kopula szabadságfoka a Romano-féle algoritmus szerint modellezésre került. Az eredményeket a szélsőséges veszteségek feltételes várható értékei szerint illusztráltuk Acerbi és Tasche (ACERBI, TASCHE [2002]) tanulmánya szerinti értelmezésben.



48. sz. ábra: Egyenlő súlyozású portfóliók veszteségeinek modellezése Student-féle t-kopulával

Az eredmények alapján látható, hogy a különböző szabadságfokú kopulák közül leginkább a 10 szabadságfokú Student féle t-kopula közelíti meg a tényadatokat. Látható továbbá az is, hogy a szabadságfok növekedésével a modellezett extrém veszteségek – melyeket a függőleges tengely mutat – csökkennek. Az 5 szabadságfokú kopula túlbecsüli, a 15 pedig jelentősen alulbecsüli a portfólió extrém veszteségek miatti kockázatát. A vízszintes tengelyen azon szélsőséges veszteségértékek darabszáma szerepel, melyet figyelembe veszünk a konkrét veszteség kiszámításakor. Az 1-es érték azt jelenti, hogy csupán a legszélsőségesebb egyetlen veszteségadatot hasonlítjuk össze különböző szabadságfokok esetén. Például az 5-ös érték esetében az öt legnagyobb veszteség alapján számított feltételes várható veszteséget vesszük figyelembe. Meg kell jegyeznünk, hogy a szabadságfok növekedésével, végtelenhez való tartásával a modellünk közelíti a többváltozós normális eloszlás modelljét, ahol a hozamok függőségi struktúrája normális, a szélsőséges veszteségek függőségi mutatója zérus, tehát azok függetlenek. Minél inkább közeledik a szabadságfok a 2-es (minimális) értékéhez, egyrészt annál inkább vastag eloszlásszélekkel rendelkeznek az egyedi eloszlások, másrészt pedig azok függősége egyre inkább erősödik, a veszteségek együttes bekövetkezéséből adódó kockázat annál nagyobb.

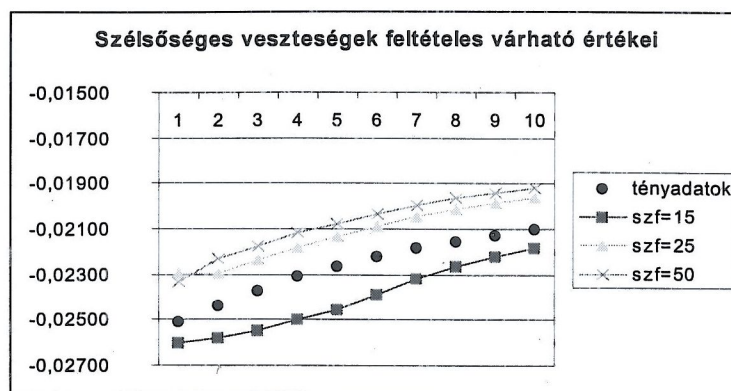
A Rockafellar és Uryasev (ROCKAFELLAR, URYASEV, [2000]) által megalkotott optimalizációs eljárás szerint a következőkben létrehoztunk egy olyan indexportfóliót, mely 99,5 %-os megbízhatósági szint mellett került optimalizálásra, ami azt jelenti, hogy egy körülbelül 1000-es mintanagyság esetén az öt legszélsőségesebb veszteség előfordulásának valószínűségét minimalizálja a modell relatíve magas várható hozam mellett. Az eredményeket az alábbi ábra mutatja.



49. sz. ábra : Optimalizált, magas kockázatú portfóliók veszteségeinek modellezése Student-féle t-kopulával

Az ábrán látható, hogy amíg az egyenlő súlyozás esetében a 15 szabadságfokú Student féle t-kopula jelentősen alábecsülte az extrém veszteségek miatti kockázatot, addig az optimalizált portfólió esetében már szignifikánsan túlbecsüli azt. A szélsőséges portfólióveszteségeket a 15 és 25 szabadságfok közötti kopulák becsülik jól.

Amennyiben az optimalizáló modell számára „csökkentjük” az előírt hozamszintet, kevésbé kockázatos portfóliókhoz juthatunk. Egy ilyen, alacsony hozamú, következésképpen alacsony extrém veszteségek miatti alacsony kockázatú portfólió eredményeit mutatja az alábbi ábra.



50. sz. ábra : *Optimalizált, alacsony kockázatú portfoliók veszteségeinek modellezése Student-féle t-kopulával*

A két optimalizált portfólió szélsőséges veszteségeinek modellezése során arra a megállapításra juthatunk, hogy mindkét esetben 15 és 25 szabadságfok közé esik annak a Student féle t-kopulának a szabadságfoka, mely jól közelíti a tényleges extrém veszteségeket.

A korábbiakban bemutatásra került, hogy a magas hozamú, következésképpen magas kockázatú optimalizált portfóliók főként spekulatív kategóriájú országok részvényeiből állnak. Alacsony hozamú, alacsony kockázatú portfóliók pedig éppen ellenkezőleg, főleg befektetési kategóriájú országok részvényeit tartalmazzák. A Student-féle t-kopulával modellezett eloszlásszéleknél azt láthatjuk az ábrákból, hogy amíg a nem optimalizált portfólió függősége az optimalizálással csökken, addig nincs számottevő különbség a két fajta portfólió függőségi struktúrájában, mindkettőt a 15 és 25 szabadságfok közé eső t-kopula modellezi jól. Ez azt is jelenti, hogy ugyan a befektetési kategóriájú ország részvényeiből álló portfóliók magasabb várható szélsőséges veszteségekkel járnak, ez főként az egyedi részvényindex-hozamok magas várható szélsőséges veszteségéből adódik, nem pedig a függőségi struktúrák eltéréséből.

V. RÉSZ: AZ EREDMÉNYEK ÖSSZEFOGLALÁSA

A dolgozat fő témája a kötvény- és részvénytőzok összefüggésének egy szegmense. A tágabb témában eddig megjelent szakirodalom egyrészt az állampapírok hozamváltozásainak részvénytőzra gyakorolt hatását, másrészt a vállalati kötvény-minősítések megváltozásának részvénytőzra gyakorolt hatását elemzi. Csupán egyetlen olyan 2004-es tanulmányt (BROOKS, FAFF, HILLIER, HILLIER [2004]) találtam a szakirodalomban, mely az országminősítések és a részvénytőzi hozamok összefüggését vizsgálja. A tanulmány a vállalati kötvények esetében megszokott jelenséghez hasonlóan kimutatja, hogy a minősítések javuló irányú megváltoztatása nem vezet részvénytőzi hozamváltozáshoz, a kedvezőtlen váltózás viszont jelentős negatív részvénytőzi hozamokhoz vezet. Jelen értekezés is ezt az összefüggésrendszert kutatja, de nem azt vizsgálja, hogy az adott országminősítés megváltozása milyen hatást gyakorol a részvénytőzhozamokra, hanem azt, hogy a minősítések önmagukban milyen részvénytőzhozam eloszlási jellemzőkkel járnak együtt. A vizsgálat alapvetően kockázati megközelítésű, igyekeztem a 20. század végi, 21. század eleji kockázatmértékeket is alkalmazni a vizsgálat során.

A pénzügyi kockázatkezelés alapjainak lerakását Markowitz végezte el 1952-ben, amikor is számszerűsíthetővé, alkalmazhatóvá tette a kockázat fogalmát. Sokáig a Markowitz-féle modell által megfogalmazott portfólióvariancia jelentette az egyetlen kockázatmértéket, melyet alkalmaztak. Erre épültek fel a különböző tőkepiaci egyensúlyi elméletek (pl.: CAPM, APT). A huszadik század végén azonban megjelentek az ún. új generációs kockázatmértékek. Ezek elsősorban nem a teljes eloszlásra fókuszálnak, hanem csupán a negatív eloszlásszéltre. Az értekezés áttekinti ezen kockázatmértékek közül a legfontosabba-

kat, hiszen egyrészt ezek adják meg azt a szemléletmódot, amely az elvégzett empirikus kutatás keretét szolgál, másrészt pedig portfólióoptimalizálás során alkalmazásra is kerül néhány közülük.

Elsőként a tőzsdeindexeket önállóan, egyedi eloszlásként elemeztem. Megvizsgáltam, hogy az egyedi eloszlások mennyiben térnek el a normális eloszlás jellemzőitől, stabil eloszlási paramétereket számítottam ki, ezen túl Student féle t-eloszlással modelleztem a szélsőséges hozamokkal kapcsolatos „fat tail” problémát. A normális modell által adott variancia, mint kockázatmérték, a minősítések romlásával általában növekszik. Nem találtam bizonyítékot arra, hogy a az indexek hozamadatai statisztikailag aszimmetrikusak lennének, viszont a normális eloszláshoz képest jelentősen csúcsosabbak, a csúcsosság a minősítések romlásával általában növekszik. A stabil eloszlással történő modellezésnél is láthattuk, hogy az extrém hozamok gyakorisága által reprezentált kockázat a minősítések romlásával általában növekszik. A Student-féle t-eloszlás modellje, mely a legjobb illeszkedést mutatja, csökkenő becsült szabadságfokokkal mutatja a vastag eloszlásszélek miatti megnövekedett kockázatot a gyengébb minősítésű indexek vonatkozásában.

Diszkriminancia analízis segítségével csoportokat képeztem a tőzsdeindexekből, s megnéztem azt, hogy az eloszlási paraméterek által ex ante definiált csoportokat mennyiben magyarázzák a tényleges minősítésbeli eltérések. Minden esetben 80 % feletti volt a modellek által helyesen specifikált indexek aránya.

Az elemzéseket VaR módszerrel is kiegészítettem, mely során az extrém hozamok miatti normális eloszlásnál magasabb eloszlásszélek és a normális eloszlás eloszlásszéleinek magassági különbségeivel ragadtam meg az extrém veszteségek miatti kockázatot, mely alapján szintén kimutatásra került, hogy a gyengébb országminősítés magasabb tőkepiaci kockázattal jár együtt.

A későbbiekben az indexek összességét portfólióként fogtam fel és egyedi eloszlások helyett az együttes eloszlások elemzésére fektettem a hangsúlyt. Mind a klasszikus Markowitz, mind pedig a nemrégiben kifejlesztett CvaR optimalizáló modellekkel hoztam létre portfóliókat az indexekből. Megnéztem és elemeztem ezután, hogy a kockázati szint növekedésével a modellek hogyan „rendezik át” a portfóliót. Jellemzően mindegyik modell nagyobb tőkepiaci kockázathoz magasabb országkockázatot kapcsolt. Az elemzések során bemutattam a kockázatmértékek új generációját, illetve bemutattam a koherens kockázatmértékek fogalmát. A fentieket a spektrális kockázatmértékek és az elliptikus kopulák családjához tartozó Student féle t-kopula segítségével elvégzett elemzések is kiegészítik.

A 21. században a befektetők figyelme egyre inkább a nemzetközi befektetések irányába fordul. Viszonylag kevés az a kutatás, mely a nemzetközi tőkepiacok jellemzőit vizsgálja, valószínűsíthető, hogy ez a terület az elkövetkezendő időszakban több kutatás fókuszába fog kerülni.

Összefoglalva, a kutatás során az alábbi újszerű eredményekre, megállapításokra jutottam.

a) A gyengébb országminősítés nem pusztán magasabb értékpapír-tőzsdei volatilitással jár együtt, hanem csúcsosabb hozameloszlásokkal és vastagabb eloszlásszélekkel. Ezek az eredmények adódtak az alkalmazott módszertől függetlenül minden esetben (kurtózisbecslés, stabil eloszlás alfa paramétere, t-eloszlás szabadságfoka).

b) Magasabb/alacsonyabb valószínűségi szintek esetén a normális eloszlással való hozammodellezés jelentősen túlbecsüli/alulbecsüli a VaR-ral mért kockázatot, az általam vizsgált indexhozamok esetében ez a valószínűségi szint (alfa pont) 2-5 százalék körül van.

c) Portfolióképzés során – az alkalmazott optimalizáló eljárásoktól függetlenül – a magasabb/alacsonyabb portfóliókockázat rosszabb/jobb országminősítésekkel járt együtt.

d) A negatív eloszlásszélelben lévő hozamok alapján a várható veszteséget minimalizáló CVaR modell alkalmazása rámutatott arra, hogy a rosszabb minősítésű országok részvényindexei nagyobb várható extrém veszteségekkel bírnak, mint a jobbak (összhangban az a) pontbeli megállapítással).

e) A Student-féle t-kopulával történt vizsgálat azt mutatta, hogy optimalizált portfóliók esetében rosszabb minősítéseknél az eloszlásszélelekben a várható veszteségeket főként az egyedi indexek vesztesége, nem pedig azok eltérő függőségi struktúrája okozza.

* * *

FÜGGELÉK

Indexhozamok kovariancia mátrixa.

A variancia és kovariancia értékek 100 000-szeres értéken szerepelnek

	ftse	fchi	atx	aex	saml	hex	gspc	gdaxi	aord	bfx	bv130	hsi	tse	n225	atl	kfx	bux	twil	asec	ta100	ipsa	alg	setl	px50	mxx	klse	ccsl	baan	bvbp	lbc	lgra	jksa	marv	mtms	psl	sax	xu100
ftse	15																																				
fchi	13	21																																			
atx	6	8	14																																		
aex	12	16	9	20																																	
saml	9	12	7	13	16																																
hex	18	25	9	23	14	73																															
gspc	6	7	2	6	5	11	16																														
gdaxi	13	18	9	18	13	25	9	25																													
aord	4	4	3	5	4	7	2	5	13																												
bfx	7	10	7	11	10	10	4	11	4	15																											
bv130	8	12	8	11	9	17	4	12	4	8	17																										
hsi	9	9	5	10	7	18	3	10	9	5	6	39																									
tse	7	9	3	8	6	16	12	11	4	4	6	6	18																								
n225	0	0	0	1	2	2	0	1	2	0	1	3	0	30																							
atl	7	7	5	8	5	14	4	8	8	4	5	19	6	4	30																						
kfx	8	11	7	11	9	15	3	12	4	8	9	7	5	1	5	17																					
bux	10	13	10	14	11	21	5	14	7	9	12	14	9	1	12	10	45																				
twil	2	3	2	3	2	6	2	3	4	1	2	10	2	4	9	2	4	37																			
asec	-1	-1	0	0	-1	0	-1	1	1	0	1	2	0	0	1	1	1	21																			
ta100	5	7	2	6	3	13	6	7	3	2	5	4	5	0	5	4	8	1	-1	35																	
ipsa	6	7	2	6	5	9	7	7	3	3	4	6	7	-1	5	4	8	2	-1	6	26																
alg	7	10	8	11	9	15	3	12	6	9	10	9	5	2	9	9	15	5	-1	5	4	47															
setl	6	6	4	7	4	10	3	7	8	3	5	17	6	6	19	5	11	8	2	6	5	9	48														
px50	7	10	6	10	8	17	4	11	5	7	9	9	7	1	7	8	16	4	1	5	4	11	7	25													
mxx	10	12	4	11	8	20	16	13	5	5	8	9	16	-0	8	6	12	4	-1	9	16	6	8	7	48												
klse	4	2	3	4	3	6	2	4	6	3	3	14	4	3	12	3	8	6	2	-0	3	5	14	5	7	44											
ccsl	-0	0	0	-0	0	0	1	0	0	1	-0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	-0	0	0	0	-0	0	0	9									
baan	3	4	1	3	2	7	1	4	4	2	4	9	3	4	7	3	6	5	0	2	2	6	6	4	5	5	0										
bvbp	11	13	3	13	8	19	19	13	5	5	9	10	16	1	10	6	12	5	-1	12	23	8	9	6	40	3	-0										
lbc	6	6	4	6	4	9	3	6	3	3	6	8	5	0	5	5	10	2	1	3	8	3	5	7	14	3	0										
lgra	4	5	3	5	4	8	4	6	4	3	4	6	5	1	5	4	7	3	0	1	6	5	5	4	10	4	0										
jksa	3	3	4	4	2	6	0	4	8	3	3	16	2	4	17	3	12	8	1	3	3	7	22	6	4	14	1										
marv	8	10	4	9	7	13	12	12	3	5	8	8	12	1	8	5	9	5	-3	9	15	4	8	5	29	5	0										
mtms	13	15	12	14	7	25	8	16	6	5	10	9	12	3	13	8	27	6	3	14	9	10	12	17	19	15	-0										
psl	-1	-1	0	-0	-2	-3	-1	-1	1	-0	1	0	1	0	2	3	1	1	-1	-0	2	4	2	1	1	1	-0										
sax	1	2	2	2	3	2	-1	2	2	3	3	0	1	3	1	3	4	-0	0	-1	-1	4	1	4	-2	0	0										
xu100	10	13	9	14	8	24	5	12	8	8	10	15	10	4	14	10	24	11	-0	9	9	16	13	15	13	11	2										

Irodalom

ACERBI, C., 2002, Spectral measures of risk: A coherent representation of subjective risk aversion, *Journal of Banking and Finance*, 26, 1505-1518.

ACERBI, C., NORDINO, C., SIRTORI, C., 2001, Expected Shortfall as a Tool for Financial Management, Working Paper, February 19, 2001, <http://www.gloriamundi.org/var/wps.html>

ACERBI, C., SIMONETTI, P., 2002, Portfolio Optimization with Spectral Measures of Risk, Working Paper, March 27, 2002, <http://www.gloriamundi.org/var/wps.html>

ACERBI, C., TASCHE, D., 2002, On the coherence of Expected Shortfall, *Journal of Banking and Finance*, 26, 1487-1503.

BACHELIER, L., 1900, Theory of Speculation in Cootner, P. (ed) *The Random Character of Stock Market Prices*, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, MMA, 1964; Reprint.

BARRON, M. J., CLARE, A. D., THOMAS, S. H., 1997, The effect of bond rating changes and new ratings on UK stock returns, *Journal of Business and Accounting* 24, 497-509.

BENEDEK, G., KÓBOR, Á., PATAKI, A., 2002, A kapcsolatszorosság mérése m -dimenziós kopulákkal és értékpapírportfólió-alkalmazások, *Közgazdasági Szemle*, 49, 105-125.

BERNSTEIN, P., 1998, Szembeszállni az istenekkel – a kockázatvállalás különös története, Panem Kiadó, Budapest, 51-108, 207-278.

BLACK, F., SCHOLES, M., 1973, The pricing of options and corporate liabilities, *Journal of Political Economy*, 81, 637-654.

BONFIM, A. N., 2003, Preannouncement effects, news effects, and volatility: Monetary policy and the stock market, *Journal of Banking and Finance*, 27, 133-151.

BOUCHAUD, J. P., POTTERS, M., 2000, *Theory of Financial Risk*, Cambridge University Press, 23-46.

BROOKS, R., FAFF, R. W., HILLIER, D., HILLIER, J., 2004, The national market impact of sovereign rating changes, *Journal of Banking and Finance*, 28, 233-250.

CHEN, C. R., MOHAN, N. J., STEINER, T. L., 1999, Discount rate changes, stock market returns, and trading volume: Evidence from intraday data and implications for market efficiency, *Journal of Banking and Finance*, 23, 897-924.

CHEN, N. R., ROLL, R., ROSS, S., 1986, Economic forces and the stock market, *Journal of Business*, 59, 383-403.

CHUNHACHINDA, P., DANDAAPANI, K., HAMID, S., PRAKASH, A. J., 1997, Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets, *Journal of Banking and Finance*, 21, 143-167.

CLARK, E., KASSIMATIS, K., 2004, Country financial risk and stock market performance: the case of Latin America, *Journal of Economics and Business*, 56, 21-41.

CROUCHY, M., GALAI, D., MARK, R., 2001, *Risk Management*, McGraw-Hill Companies, 2001, Inc., p. 1-44., 229-258.

CSÓKA, P., 2003, Koherens kockázatmérés és tőkeallokáció, *Közgazdasági Szemle*, 50, 855-880.

DICHEV, I. L., PIOTROSKI, J. D., 2001, The Long-Run Returns Following Bond Rating Changes, *The Journal of Finance*, 56, 173-203.

DIMSON, E., MUSSAVIAN, M., 1999, Three centuries of asset pricing, *Journal of Banking and finance*, 23, 1745-1769.

DISSANAIKE, G., 1996, Are stock price reversals really asymmetric? A note, *Journal of Banking and Finance*, 20, 189-201.

DURHAM, J. B., 2000, Sensitivity analyses of anomalies in developed stock markets, *Journal of Banking and Finance*, 25, 1503-1541.

EDERINGTON, L. H., GOH, J. C., 1998, Bond rating agencies and stock analysts: Who knows what and when?, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 33, 569-585.

ELTON, E. J., GRUBER, M. J., 1997, *Modern portfolio theory, 1950 to date*, *Journal of Banking and Finance*, 21, 1743-1759.

EMBRECHTS, P., LINDSKOG, F., McNEIL, A. J., 2001, Modelling dependence with copulas and applications to risk management, ETH Zurich, preprint

ERB, C. B., HERVEY, C. R., VISKANTA, T. E., 1996, Expected returns and volatility in 135 countries, *Journal of Portfolio Management* Spring, 1996, 46-58.

FERSON, W., HARVEY, C., 1991, The variation of economic risk premiums, *Journal of Political Economy*, April, 385-415.

FLANNERY, M. J., HAMEED, A. S., HERJES, R. H., 1997, Asset pricing, time-varying risk premia and interest rate risk, *Journal of Banking and Finance*, 21, 315-335.

GAMBA, A., ROSSI, F. A., 1998, A three-moment based portfolio selection model, *Rivista di Matematica per le Scienze Sociali*, 1, 25-48.

GLASCOCK, J. L., DAVIDSON, W. N., HENDERSON, G. V. Jr., 1987, Announcement effects of Moody's bond rating changes on equity returns, *Quarterly Journal of Business and Finance*, 26, 67-78.

GOH, J. C., EDERINGTON, L. H., 1993, Is a bond rating downgrade bad news, or no news for stockholders?, *Journal of Finance*, 48, 2001-2008.

GOH, J. C., EDERINGTON, L. H., 1997, Cross-sectional variation in the stock market reaction to bond rating changes. *Quarterly Review of Economics and Finance*, 39, 101-112.

GRIFFIN, P. A., SANVINCENTE, A. Z., 1982, Common stock returns and rating changes: A methodological comparison, *Journal of Finance*, 37, 103-119.

HAMANN S F. A., 2001, Sovereign Risk and Macroeconomic Volatility, North Carolina State University, Raleigh, NC 27695, working paper.

HARVEY, C. R., ZHOU, G., 1993, International asset pricing with alternative distributional specifications, *Journal of Empirical Finance*, 1, 107-119.

HILL, B. M., 1975, A simple general approach to interference about the tail of a distribution, *Annals of Statistics*, 3, 1163-1173.

HOLTHAUSEN, R. W., LEFTWICH, R. W., 1986, The effect of bond rating changes on common stock prices, *Journal of Financial Economics*, 17, 57-89.

IMPSON, C. M., KARAFIATH, I., GLASCOCK, J., 1992, Testing beta stationarity across bond rating changes, *Financial Review*, 27, 607-618.

JENSEN, G. R., JOHNSON, R. R., 1995, Discount rate changes and security returns in the US., 1962-1991., *Journal of Banking and Finance*, 19, 79-95.

JORION, P., GOETZMANN, W. N., 1999, Global Stock Markets in the Twentieth Century, *Journal of Finance*, 54, 953-981.

KLIGER, D., SARIG, O., 2000, The Information Value of Bond ratings, *Journal of Finance*, 55, 2879-2903.

KOEDIJK, K. G., SCHAFGANS, M. M. A., DE VRIES, C. G., 1990, The tail index of exchange rate returns, *Journal of International Economics*, 29, 93-108.

KOEDJIK, K. G., STORK, P. A., DE VRIES, C. G., 1992, Differences between foreign exchange regimes: The view from the tails, *Journal of International Money and Finance*, 11, 462-473.

KÓBOR, Á., 2000, A feltétel nélküli normalitás egyszerű alternatívái a kockázatos érték számításában, *Közgazdasági Szemle*, 47, 878-989.

KOUTMOS, G., 1998, Asymmetries in the Conditional Mean and the Conditional Variance: Evidence From Nine Stock Markets, 50, 277-290.

LAU, H. Sh., WINGWUNDER, J.R., LAU, A.H.L., 1989, On estimating skewness in stock returns, *Management Science*, September, No.9.

LÉVY, P., 1924, Théorie des Erreurs, La Loi de Gauss et Les Loi Exceptionnelles, *Bull. Soc. Math.*, 52, 49-85.

LIU, P., SEYYED, F. J., SMITH, S. D., 1999, The independent impact of credit rating changes – the case of Moody's rating refinement on yield premiums, *Journal of Business Finance and Accounting*, 26, 337-363.

LINTNER, J., 1965, The valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets, *Review of Economics and Statistics*, 47, 13-37.

LŐRINCZNÉ, I. H., 1999, Nemzetközi pénzügyek, Aula, 1999., 5-70.

LUKÁCS, P., 2002, Stock Return Distribution and Market Capitalisation, *Hungarian Statistical Review*, 80, 138-148.

LUKÁCS, P., 2003 Értékpapírok hozamának eloszlása és a tőzsdei kapitalizáció, Szigma, 34, 31-44.

LUKÁCS, P., 2004, Portfólió optimalizálása várható hozam-variancia és várható hozam-CVAR modellel, Vezetéstudomány, 35, 34-41.

LUX, T., VARGA, J., 1996, A pareto hipotézis vizsgálata – Értékpapírpiazi hozamok és az extrémális hozamok eloszlása, Szigma, Vol. 27. ,4, 1-23.

MARKOWITZ, H. M., 1952, Portfolio Selection, Journal of Finance, 7, 77-91.

MATOLCSY, Z. P., LIANTO, T., 1995, The incremental information content of bond rating revisions: The Australian evidence, Journal of Banking and Finance, 19, 891-902.

MCCOWN, J. R., 2001, Yield curves and international equity returns, Journal of Banking and Finance, 25, 767-788.

MERTON, R. C., 1973, An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, Econometrica, 41, September 1973, 41, 867-887.

NAYAR, N., ROZEFF, M. S., 1994, Ratings, Commercial Paper and equity returns, The Journal of Finance, 49, 1431-1449.

NEUMANN, J., MORGENSTERN, O., 1944, Theory of Games and Economic Behavior, 1953 edition, Princeton, NJ: Princeton University Press.

PIERCE, D., ROLEY, V. V., 1985, Stock prices and economic news, Journal of Business, 58, 49-68.

- PEIRO, A., 1999, Skewness in financial returns, *Journal of Banking and Finance*, 23, 847-862.
- PRAKASH, A. J., CHANG, C. H., PACTWA, T. E., 2003, Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European and Latin American Equity markets, *Journal of Banking and Finance*, 27, 1375-1390.
- ROCKAFELLAR, R. T., URYASEV, S., 2000, Optimalization of Conditional Value-at-Risk, *Journal of Risk*, 2, 21-41.
- ROMANO, C., 2003, Applying copula functions to risk management, Banca di Roma, preprint
- SAUNDERS, A., CORNETT, M. M., 2003, *Financial Institutions Management, A Risk Management Approach*, McGraw-Hill/Irvin, USA.
- SHARPE, W. F., 1964, Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance* 19, 425-442.
- SKLAR, A., 1959, Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges, *Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris*, 8, pp. 229-231.
- SMIRLOCK, M., YAWITZ, J., 1985, Asset returns, discount rate changes, and market efficiency, *Journal of Finance*, 40, 1140-1158.
- SUN, Q., YAN, Y., 2003, Skewness persistence with optimal portfolio selection, *Journal of Banking and Finance*, 27, 1111-1121.
- SWEENEY, R., WARGA, A., 1986, The pricing of interest rate risk: Evidence from the stock market, *Journal of Finance*, 41, 393-410.

TASCHE, D., 2002, Expected shortfall and beyond, *Journal of Banking and Finance*, 26, 1509-1533.

THORBECKE, W., ALAMI, T., 1994, The effect of changes in federal fund rate target on stock prices in the 1970s, *Journal of Economics and Business*, 46, 13-19.

VARGA, J., 2002, *Finanszírozási kockázatmértékek*, PTE KTK, kézirat, 2002.

VARGA, J., LUKÁCS, P., 2004, Szélsőséges portfólió veszteségek elemzése kopula alkalmazásával, *Sigma: Közlésre elfogadva*.

WALTER, GY., 2002, VaR-limitrendszer melletti hozammaximalizálás: a kaszinóhatás, *Közgazdasági Szemle*, 49, 212-234.

WANSLEY, J. W., GLASCOCK, J. L., CLAURETIE, T. M., 1992, Institutional bond pricing and information arrival: The case of bond rating changes, *Journal of Business Finance and Accounting*, 19, 733-750.

ZAIMA, J. K., MCCARTHY, J., 1988, The impact of bond rating changes on common stocks and bonds: Tests of the wealth redistribution hypothesis, *Financial Review*, 23, 483-498.

Felhasznált szoftverek

- [1] *The R Development Core Team*: R- version:1.6.0, 2002.10.01:R-BASE általános statisztikai programcsomag
- [2] *Alec Stephenson*: R-EVD kiegészítő programcsomag extrém értékek eloszlásának modellezésére
- [3] *Philippe Lambert, Jim Lindsey*: R-STABLEREG kiegészítő programcsomag stabil eloszlások modellezésére
- [5] *John P. Nolan*: STABLE 3.04 (for Windows 95/98/NT/2000), 20 Sept. 2002)



